

РУДОЛЬФ ШТАЙНЕР  
ДОПОЛНЕНИЯ К  
ПОЛНОМУ СОБРАНИЮ ТРУДОВ

---

---

---

---

**BEITRÄGE ZUR  
RUDOLF STEINER GESAMTAUSGABE**

VERÖFFENTLICHUNGEN AUS DEM ARCHIV  
DER RUDOLF STEINER-NACHLASSVERWALTUNG, DORNACH

Doppelheft Nr. 114/115 1995



RUDOLF STEINER  
UND DER  
MEHRDIMENSIONALE RAUM

ДОПОЛНЕНИЯ К ПОЛНОМУ СОБРАНИЮ ТРУДОВ  
РУДОЛЬФА ШТАЙНЕРА

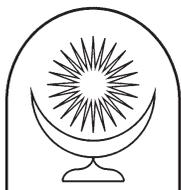
ПУБЛИКАЦИИ ИЗ АРХИВА  
НАСЛЕДИЯ РУДОЛЬФА ШТАЙНЕРА, ДОРНАХ

Дополнительная тетрадь № 114/115 1995



РУДОЛЬФ ШТАЙНЕР  
И  
МНОГОМЕРНОЕ ПРОСТРАНСТВО

Перевод с немецкого  
Л. Б. Памфиловой



ТИТУРЕЛЪ

МОСКВА

2010

УДК 141.333  
ББК 87.2  
Ш 87

Перевод с немецкого Л. Б. Памфиловой по изданию  
*BEITRÄGE ZUR RUDOLF STEINER GESAMTAUSGABE*  
*Doppelheft Nr. 114/115*  
*RUDOLF STEINER UND MEHRDIMENSIONALE RAUM*

**Штайнер Р.**

ДОПОЛНЕНИЯ К ПОЛНОМУ СОБРАНИЮ ТРУДОВ.

Тетрадь № 114/115. Рудольф Штайнер и многомерное пространство. – М.: Титуфель. – 128 с.  
ISBN 978-5-902490-07-4

Впервые на русском языке: материалы, не вошедшие в том 324а «Четвёртое измерение. Математика и действительность», – вопросы о многомерном пространстве и отношении к ним основателя духовной науки (антропософии) Рудольфа Штейнера (Штайнера). Представлены статьи по этой теме известного математика Ренатуса Циглера; отдельной статьёй даны ответы Рудольфа Штейнера в связи с отдельными вопросами по указанной тематике. Также дана большая статья Матильды Шолль о проблеме четвёртого измерения. Тетрадь рассчитана на духовно ищущих людей, которым небезразлична тема математики в отношениях её к человеку, к его духовному, душевному и телесному существу.

*Издательство благодарит Н.И. Махрачёву за поддержку этого издания.*

УДК 141.333  
ББК 87.2

ISBN 978-5-902490-07-4

© Издательство «Титуфель» 2010

© Памфилова Л. Б., перевод  
© Елин Г. Я., оформление

Перевод с немецкого выполнен с оригинального издания:

*BEITRÄGE ZUR RUDOLF STEINER GESAMTAUSGABE. Doppelheft*  
*Nr. 114/115 RUDOLF STEINER UND MEHRDIMENSIONALE RAUM*  
Rudolf Steiner verlag. Dornach / Schweiz.



«Sinne nach: wie der Punkt zur Sphäre wird und doch er selbst bleibt. Hast du erfaßt, wie die unendliche Sphäre doch nur Punkt ist, dann komme wieder, denn dann wird dir Unendliches in Endliches scheinen.»

Meditation. Übertragen  
durch Rudolf Steiner aus  
einer alten symbolischen  
Zeichensprache

«Обдумай: как точка превращается в сферу и всё-таки остаётся сама собой. Если ты понял, что бесконечная сфера всё-таки есть только точка, то возвращайся, ибо тогда бесконечное будет тебе сиять в конечном».

Медитация. Переведено  
Рудольфом Штайнером с  
древнего символического  
языка знаков.



# Оглавление

Предисловие . . . . .	7
Ренатус Циглер	
<i>Рудольф Штайнер и многомерное пространство</i> . . . . .	8
<i>Об одном математическом докладе Рудольфа Штайнера     в Базеле</i> . . . . .	40
<i>Рудольф Штайнер и неевклидова геометрия</i> . . . . .	90
Рудольф Штайнер	
<i>Ответы на вопросы на математические темы</i> . . . . .	93
Матильда Шолль	
<i>О четвертом измерении</i> . . . . .	111



## ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемые статьи и материалы [в данном переводе с незначительными сокращениями (...)] возникли в связи с переработкой тома «*Четвёртое измерение*» для Полного собрания трудов Рудольфа Штайнера (GA 324a). При этом замысел состоял в том, чтобы обобщить для опубликования все важные материалы из архива Управления наследием Рудольфа Штайнера в круге темы «Математика». Эта работа по существу завершена предлагаемыми материалами. Мне остаётся только выразить благодарность сотрудникам архива, в особенности госпоже Улле Трапп (Ulla Trapp), за оказанную мне помощь в поиске и систематизации материала; каждый проделавший такую работу знает, что она была бы невозможна без такого рода основательной поддержки.

Ренатус Циглер

Ренатус Циглер

## РУДОЛЬФ ШТАЙНЕР И МНОГОМЕРНОЕ ПРОСТРАНСТВО

К изданию тома GA 324а «Четвёртое измерение» в  
Полном собрании трудов

*По смыслу: точка превращается в сферу  
и всё-таки сама она остаётся. Если ты постиг,  
что бесконечная сфера всё-таки является только точкой,  
тогда возвращаешься, тогда тебе  
в конечное сияет бесконечное.<sup>1</sup>*

### Введение

Более или менее явная попытка исследования пространств и многообразий с более чем тремя измерениями обнаруживается уже в середине XIX столетия. Путь для этого, прежде всего, подготовили математики Карл Фридрих Гаусс (1777-1855), Огюстен-Луи Коши (1789-1857), Артур Кэли (1821-1895), Юлиус Пюккер (1801-1868), Герман Грассман (1809-1877) и Людвиг Шлефли (1814-1895). Решающими как в историческом, так и в систематическом смысле были работы Бернарда Римана (1826-1866) о всеобъемлющей идее многообразия, в особенности его недавно дополнительно опубликованный доклад от 1854 года «О гипотезах, которые лежат в основе геометрии», представленный им в связи с присвоением звания доцента.<sup>2</sup> В широкой общественности эти труднодоступные математические рассуждения нашли отклик скорее в немецком языковом пространстве, особенно через резко оспариваемые спиритические спекуляции астрофизика Фридриха Цёлльнера (1834-1882). В конце семидесятых годов он попытался

«доказать» существование четвёртого измерения посредством экспериментов с медиумами.<sup>3</sup> У людей, склонных к спиритическим идеям, прежде всего в кругу основанного в 1875 году *Теософского общества*, это пробудило интерес. Общему распространению идеи четырёхмерного пространства способствовало то, что вскоре затем начали появляться научно-популярные и беллетристические произведения с разъяснением свойств и особенностей четвёртого измерения. Начало этому положило широко распространённое сочинение *Flatland, A Romance of many Dimensions* (London: Seely & Co. 1884) von *Edwin A. Abbott*. Особенно успешным в области солидной популяризации идеи четырёхмерного пространства, даже в повествовательной форме, стал *Чарльз Говард Хинтон* (1853-1907).<sup>4</sup> Его сочинения прочитали многие теософы, а также многие деятели авангардистского искусства.<sup>5</sup>

Но и в области научного исследования четырёхмерных геометрических образов были математики, которые пускались на популярное изложение в своей научной области. Так, пожалуй, и *Виктор Шлегель* (1843-1905), первооткрыватель специальных проекций четырёхмерных тел на плоскость и в пространство, написал серию статей в еженедельном *естественнонаучном журнале* в 1888 году.<sup>6</sup> Он, разумеется, настаивал, чтобы поле дискуссии на тему четырёхмерного пространства было предоставлено математикам, „которые уже несколько лет тому назад экономно в нём обосновались и развернули в нём научно плодотворную и необходимую для развития науки деятельность”. (С. 68).

Уже не удивительно, что *Рудольф Штайнер* на фоне этой охватывающей всё более широкие круги деятельности по проблеме четвёртого измерения тоже прочитал доклады на эту тему. В новом томе полного собрания трудов «*Четвёртое измерение*» (GA 324a) находятся восемь докладов периода 1905 и 1908 гг об области четырёх- и многомерного пространства. Подробные обстоятельства происхождения этих докладов неизвестны. Однако само собой напрашивается, что они были прочитаны по просьбе некоторых интересующихся членов теософского общества.<sup>7</sup>

В архиве Управления наследием Рудольфа Штайнера (Дорнах) имеются документы, подтверждающие интерес к вопросам четвёртого измерения среди людей в непосредственном окружении Штайнера. Вначале доклады по проблеме четвёртого измерения были прочитаны как на первом, так и на втором «Конгрессе федерации европейских секций теософского общества». По поводу этой темы говорили в Амстердаме (1904) Sarah Corbet, Arturio Reghini, Emilio Scalfaro<sup>8</sup> и в Лондоне (1905) — Louis Desaint, W. J. L.<sup>9</sup>

Во время первого из названных конгрессов 21 июня 1904 года Рудольф Штайнер говорил на тему «Математика и оккультизм», о чём в документах конгресса опубликован автореферат.<sup>10</sup> Там говорится (с. 13 и сл.): „Лишь отсюда ясно, что эта духовная жизнь [исчисление бесконечно малых] в сверхчувственных математических отношениях величин стала для математиков нового времени сильным воспитательным средством. И мы благодарны тому, что наряду со многими другими совершили такие духи, как Гаусс, Риман и немецкие мыслители современности Оскар Симони,<sup>11</sup> Курт Гайслер в той области, которая выходит за пределы обычного чувственного созерцания. В частности, что бы ни возражали против этих попыток, в которых такие мыслители расширили понятие пространства за пределы трёхмерности, в которых они вычисляют в условиях, являющихся более всеобщими, более всеобъемлющими, чем чувственное пространство, — это результат математического мышления, освободившегося через исчисление малых величин от наглядного. — Этим созданы важные знаки для оккультистов. И именно в математическом мышлении, даже там, где оно отваживается выйти за чувственно созерцаемое, ещё остаётся строгость, ещё остаётся надёжность чистого контроля мыслей. [...] Даже если мы математически высказываемся о четырёхмерном пространстве, то высказывание должно быть таким, чтобы, опуская четвёртое измерение и выделяя результат для трёх измерений, мы имели частный случай общего положения истинным”.

Тогда во многих книгах из области оккультизма тем или иным способом ссылались на четвёртое измерение.<sup>12</sup> Находящиеся в

библиотеке Рудольфа Штайнера книги авторов Роберта Блюма, Рихарда Эриксона, Лазара Гелленбаха, Питера Успенски, Густава Рихтера, Роберта Циммермана в значительной части посвящены четвёртому измерению и подтверждают интерес, который Штайнер имел к связанным с этим вопросам.

\*

Ниже следуют объединённые поясняющие и ведущие дальше материалы к тому «Четвёртое измерение» (GA 324a), в частности относящиеся к ответам на вопросы. К этому примыкают дополнения к примечаниям к ответам на вопросы, которые касаются принятия Штайнером развития теории относительности, затем два дополнения к ответам на вопросы от 11 марта 1920 года. Последние касаются отношения Штайнера к алгебраическим работам Симони и интерпретации сомнительно переданного выражения «Rotations-Paraboloid» (параболоид вращения).

Затем следует прокомментированный подбор всех мест, касающихся четырёхмерного пространства, о которых писал или говорил Рудольф Штайнер.

Следующие за этим письма показывают интерес видных членов теософского общества к трудам Хинтона. В записных книжках с 1905 по 1908 годы имеется лишь единственное примечание к докладам о четвёртом измерении. В записи из записной книжки 1921 года, касающейся доклада от 17 марта 1921 года, находится единственное указание, относящееся к проблеме измерений пространства в связи с членами человеческого существа.



## *Дополнения к примечаниям в томе 324а*

### *Дополнение к примечанию 27 (Эйнштейн и теория относительности)*

В докладе от 27 марта 1920 «Методология современного естественнонаучного мировоззрения»<sup>13</sup> Штайнер наряду с Эйнштейном упоминает физиков Ми и Нордстрёма: „Если вы примете эти два представления [скорость света как максимальную скорость / изменение размера быстро движущихся тел] и скажете себе, как они отличаются от всего того, каким мы мыслим человека, судя по опыту нашего окружения, то одновременно вы сможете сформировать мнение о том, к чему были принуждены Эйнштейн, Ми, Нордстрём и так далее по поводу физического образа мира”. И несколько ниже говорится: „Эта революция физики состоялась уже раньше, и образ мира, вполне устойчиво существовавший ещё четыре десятилетия тому назад, до известной степени изменился в сумме таких представлений, которые являются теперь совсем иными. Кто сегодня позволяет действовать на себя мыслям, которые проистекают от Эйнштейна, Ми и Нордстрёма, тот имеет перед собой нечто совсем иное, нежели то, что высказывали нам в высших школах физики-теоретики четыре десятилетия тому назад”.

В случае Густава Ми (1868-1957) и Гуннара Нордстрёма (1881-1923) речь идёт не о популяризаторах или о только восприимчивых переработчиках теории гравитации Эйнштейна («Всеобщая теория относительности»), но о самостоятельных исследователях, которые пытались специальную теорию относительности привести в соответствие с принципами ньютоновой теории гравитации. Наряду с Ми и Нордстрёмом здесь можно назвать также *Макса Абрахама* (1875-1922). И тем не менее подходы этих учёных в 1913-1916 гг. превзошли Эйнштейна благодаря более радикальным идеям. Ссылка Рудольфа Штайнера на этих учёных показывает, однако, как основательно он ориентировался в тогдашнем развитии.

(...)

К ответу на вопрос от 11 марта 1920 (Вопросы Эрнста Блюмеля)

*Дополнение к примечанию 51*

Рудольф Штайнер побуждал также других людей заняться обобщением алгебраических операций (делитель нуля и так далее) и при этом особенно ссылался на соответствующую работу Оскара Симони (1852-1915) «О двух универсальных обобщениях основных алгебраических операций» [1885].<sup>14</sup> Так Эрнст Мюллер (1880-1954) сообщает в своих «Воспоминаниях об Оскаре Симони»<sup>15</sup>: «Впервые имя Симони как математика я услышал из уст Рудольфа Штайнера в 1913 году в Мюнхене в связи с проблемой новых вычислительных операций, причём оказывается, что, например, посредством умножения величин можно приводить к превращению в нуль, при этом Штайнер вспомнил о том, что Симони ведь жил в Вене». Несколько подробнее об этом говорится в неопубликованных «Воспоминаниях»<sup>16</sup> Эрнста Мюллера: „В беседе, которую я имел тогда с док. Штайнером, он обратил моё внимание на живущего в Вене Оскара Симони, правда не на этот эксперимент с узлом, но на его обобщение алгебраических операций. Док. Штайнер увидел в преобразованных операционных формах такого рода средство математически приблизиться к сверхчувственным процессам. Так он указал, например, на возможность умножения, при котором произведение может быть равно нулю, без того чтобы эти сомножители были бы выражением реального обращения в нуль”. (с. 20)

*Дополнение к примечанию 53*

Трудная интерпретация содержания ответа на вопрос от 11 марта 1920 года оправдывает обстоятельное дополнение, которое может служить основой дальнейших исследований. В особенности речь идёт об обсуждаемом в примечании 61 месте по поводу кривой поверхности, которую там объясняют как параболоид вращения.

Другая интерпретация этого труднопонимаемого места в тексте предположительно принадлежит *Элизабет Вреде* (1879-1943). В изданных ею *Mathematischen Sendungen* математико-астрономической секции Свободной высшей школы духовной науки в Гёттануме этот ответ на вопрос впервые напечатан в № 5 в мае 1930. Там на с. 15 и далее вместо «параболоид» стоит выражение «Serpoloide».

Выражение «Serpoloide» возвращает к работе Артура Кэли 1862 года,<sup>17</sup> реферату о новейших работах по механике, среди которых открывающая новые пути работа *Луи Пуансо* (1777-1859) 1834 года, род предварительного сообщения об обстоятельном исследовании 1851 года, а также работа 1853 года.<sup>18</sup> Выражение «Serpoloide» сегодня используется очень редко. Вместо него как во французской, так и в английской и немецкой литературе большей частью ещё употребляется выражение «Herpolhodie» (герполодия), возвращающее к работе Пуансо 1851 года. Соответствующими немецкими выражениями являются «Rastpolkurve» (кривая мгновенных центров) или «Spurbahn» (герполодия).

Выражение «герполодия» принадлежит к области механики твёрдых тел, в особенности к *теории гироскопов*. Гироскоп есть твёрдое тело, вращающееся вокруг неподвижной точки. Если на гироскоп не действуют никакие внешние силы, то есть он независим от сил, то вектор импульса вращения  $L$  является постоянным. Каждому твёрдому телу можно поставить в соответствие так называемый *эллипсоид инерции*. Эллипсоид инерции представляет распределение массы; его центр совпадает с центром тяжести тела и он имеет в целом три главные оси различной длины. Если твёр-

дое тело имеет вращательно-симметричное распределение масс, то оно обладает также и вращательно-симметричным эллипсоидом инерции, и ось симметрии или *геометрическая ось* гироскопа совпадает с одной из осей эллипсоида инерции. Такие тела называют *симметричными гироскопами*.

Движение симметричного, свободного от сил гироскопа в целом происходит так, что и геометрическая ось, и мгновенная ось вращения  $\mathbf{w}$  описывают вокруг направления пространственно устойчивой оси импульса вращения  $\mathbf{L}$  конус вращения или круговой конус. Вершины обоих конусов находятся в центре эллипсоида инерции. Круговой конус, описанный с постоянной угловой скоростью геометрической осью, называется *прецессионным конусом*, круговой конус, описанный мгновенной осью вращения  $\mathbf{w}$ , *конусом мгновенных центров или конусом герполодии*. Движение мгновенной оси вращения относительно гироскопа описывает также круговой конус, *полярный конус цикла (Gangpolkegel)* или *конус полодии (Polhodiekegel)*. Относительное движение этого кругового конуса настолько определённо, что полярный конус цикла на конусе мгновенных центров развёртывается, не скользя (рис 1). У несимметричного гироскопа конус полодии есть общий конус второй степени, оба других конуса в целом уже не завершены. Это и дальнейшее движение независимого от сил гироскопа возвращает к появившейся в 1851 году работе Луи Пуансо и поэтому называется также *движением Пуансо*.

Точка пересечения мгновенной оси вращения с эллипсоидом инерции описывает на нём кривую, которая называется *полодия*. Во всяком случае, это выражение восходит к работе Пуансо 1851 года. В названной работе Кэли от 1862 года он применяет выражение «Poloid». Соответствующими немецкими выражениями являются «Polbahn» (поляра) или «Gangpolkurve» (поляра цикла). Полодии являются кривыми пересечения эллипсоида инерции с конусом полодии, конусом второй степени. Следовательно, полодии являются замкнутыми пространственными кривыми четвёртой степени.

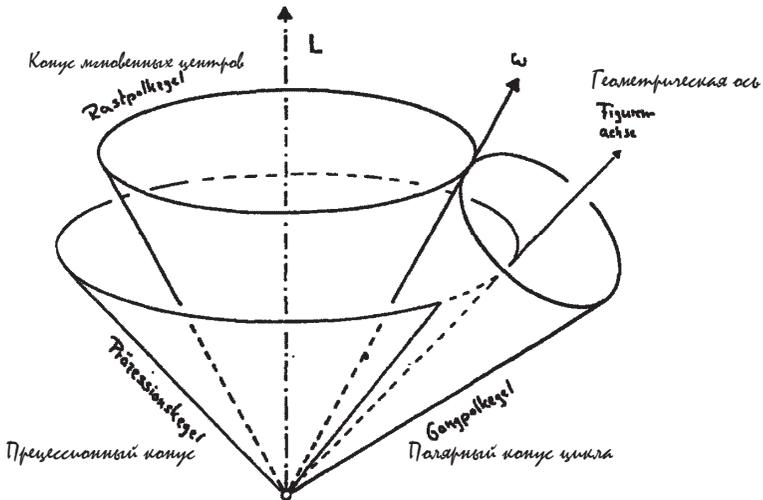


Рис. 1:  
 Прецессионный конус,  
 конус мгновенных центров  
 и полярный конус цикла гироскопа  
 с продолженным эллипсоидом инерции

Каждый независимый от сил гироскоп есть так называемая *инвариантная плоскость*, которая ортогональна к вектору импульса вращения  $L$  и имеет постоянное расстояние от центра эллипсоида инерции. Гироскоп движется так, что эллипсоид инерции размазывается на этой плоскости без скольжения, причём мгновенная ось вращения  $w$  проходит через точку соприкосновения.

*Герлодия* в таком случае является той кривой на инвариантной плоскости, которая описывается точкой соприкосновения эллипсоида инерции. Эта кривая в общем трансцендентная, не замкнутая, не имеет точек перегиба и располагается в промежутке двух концентрических окружностей. Для решения дифференциального

уравнения кривой герполодии в целом необходимы эллиптические функции.<sup>19</sup>

У тяжёлого симметричного гироскопа, то есть у симметричного гироскопа в поле гравитации, в дополнение к прецессионному движению появляется периодическое колебание геометрической оси между двумя граничными углами относительно вертикальной оси (которая теперь уже не совпадает с осью импульса вращения  $L$ ) — так называемая *нутация*. В таком случае герполодия является сферической кривой.<sup>20</sup>

Несмотря на это объяснение выражения «Serpoloide» или «герполодия» нельзя однозначно решить, что подразумевает Штайнер, когда он говорит о герполодии вращения и рисует это как поверхности. При этом конус герполодии можно подразумевать, пожалуй, также как поверхность вращения, полученную из кривых герполодии.

Взаимосвязь механики твёрдых тел, в частности конуса полодии и связанного с ним конуса герполодии, и гиперкомплексных чисел была разработана в 1898 году *McAulay*.<sup>21</sup> При этом для математического изложения теоретической механики последовательно применяется специальная форма гиперкомплексных чисел.<sup>22</sup>

### Примечания

- 1 Рудольф Штайнер, письмо от 24 декабря 1903 *Гюнтеру Вагнеру* (GA 264).
- 2 См. также Виктора Шлегеля «О развитии и состоянии  $n$ -мерной геометрии с особым принятием во внимание четырёхмерного измерения», *Leopoldina*, 1886; Генри Паркер Маннинг, *Геометрия четвёртого измерения*, Нью-Йорк: Макмиллан 1914, Введение; и так далее.
- 3 См. примечание 5 к докладу от 24 марта 1905 (GA 324a). — Остальная литература по Цёлльнеру находится: Дитер Б. Герман, *Карл Фридрих Цёлльнер*, Лейпциг; и так далее.
- 4 См. примечание 18 к докладу от 31 марта 1905 (GA 324a).
- 5 См. также в частности содержательные работы Линды Д. Гендерсон: *Четвёртое измерение и неевклидова геометрия в современном искусстве*, Принстон и др.
- 6 Виктор Шлегель, «О так называемом четырёхмерном пространстве», 1888.
- 7 Подбор литературы по геометрии четырёхмерного пространства: (...)

- 8 См. указание Штайнера в его сообщении «Теософский конгресс в Амстердаме» в *Люцифер-Гнозис* (июнь 1904), перепечатано в *Люцифер-Гнозис* (GA 34).
- 9 Имеется в виду соответствующий заголовок в перечне книг *Из библиотеки Рудольфа Штайнера* (в данном русском издании он опущен).
- 10 Transactions of the First Annual Congress of the Federation of European Sections of the Theosophical Society (ed. by Johan Van Manen); Амстердам, 19-21 июня 1904. Перепечатано в: *Философия и антропософия*, GA 35.
- 11 См. примечание 14 к докладу от 24 марта 1905 (GA 324a).
- 12 См., например G. R. S. Mead, *Фрагмент давно забытой веры — Тайна гностиков*. Берлин: Schwetschke 1902.
- 13 Рудольф Штайнер, *Духовная наука и требования современной жизни*, доклад 1920 года, тетрадь V, в частности предусмотрен для GA 73a.
- 14 С дарственной надписью автора в библиотеке Р.Штайнера имеется как отдельный экземпляр Заседания королевской академии наук в Вене, часть II, том 91, февраль 1885.
- 15 Blätter für Anthroposophie (Журнал по антропософии), том 3, 1951. Дальнейшие материалы по Симони находятся у Эрнста Мюллера, «Оскар Симони и его топологические исследования» (Штутгарт/Гаага/Лондон: Orient-Occident-Verlag 1931). — Об Эрнсте Мюллере см. Ганса-Юргена Бракера, «Эрнст Мюллер, портрет Европы» в *Новалисе*, 1994, тетрадь 2/3.
- 16 Архив Управления наследием Рудольфа Штайнера.
- 17 Артур Кэли (Arthur Cayley), «Report on the progress of the solution of certain special problems in dynamics». Отчёт британской ассоциации о развитии науки, 1862 = Артур Кэли, *Собрание математических документов*, том IV (Кембридж, 1891).
- 18 Луи Пуансо, *Téorie nouvelle de la rotation des corps*, Париж, 1834. (В немецком переводе «Новая теория вращения тел. Берлин, 1851)
- 19 См. также Артур Г. Уэбстер, *The Dynamics of Particles and of Rigid, Elastic and Fluid Bodies*. Лейпциг, 1904. Феликс Клейн / Арнольд Зоммерфельд, *О теории гироскопа*, Лейпциг, 1897-1910, глава I.1, II. 7; и др.
- 20 См. Клейн/Зоммерфельд 1897-1910 (примечание 19), глава IV.5.
- 21 Alexander McAulay, *Octonions, A Development of Cliffords Bi-Quaternions*, Кембридж, 1898, §46f.
- 22 Краткое, но современное среди несколько ограниченных точек зрения изложение обнаруживаешь у Вильгельма Блашке, *Неевклидова геометрия и механика* (Лейпциг, 1942), часть II. Среди дальнейшей литературы мы указываем на работу Ренатуса Циглера, «История геометрической механики в XIX столетии — Исторически-систематическое исследование от Мёбиуса и Плюккера до Клейна и Линдемана» (Штутгарт, 1985), главы VII и VIII.

## Рудольф Штайнер о многомерном пространстве

Указанные ниже доклады или ответы на вопросы (ОВ) содержат более или менее подробные рассмотрения круга проблем, касающихся структуры и способа существования многомерных пространств. О полном цитировании всех мест докладов не может быть и речи, так как проблема пространства имеет самые разные, многообразно связанные друг с другом аспекты, к которым Штайнер всё снова возвращался каждый раз с другой точки зрения во многих местах своего лекционного труда. Особенно важные, насколько я могу судить, высказывания обозначены индексом \*.

Дата	GA	Страница	Цитата*	Ключевое слово	
30 мая	1904	52	301	Ц 248	Упомянуто четвёртое измерение
21 июня	1904	35	13-14	Ц 251	Упомянуто четвёртое измерение
1 ноября	1904	324а	ОВ		Упомянуто четвёртое измерение
24 марта	1905	324а			*Реальность четвёртого измерения, Симони
31 марта	1905	324а			*Четвёртое измерение, Хинтон, астральное пространство
17 мая	1905	324а			*Астральное пространство, упразднение измерения, противоположное измерение
17 мая	1905	324а	ОВ		*Упразднение измерений, противоположные измерения
24 мая	1905	324а			*Четвёртое измерение, Хинтон, тессаракт
31 мая	1905	324а			*Четвёртое измерение, Хинтон

---

\* По Рудольф Штайнер о математике: *Собрание цитат из всех трудов* (сгруппировано У. Килтхау и Г. Шрадер). Штутгарт: Пункт педагогических исследований при Союзе свободных вальдорфских школ 1994.

7 июня	1905	324а				*Четвёртое, пятое, шестое измерения
7 ноября	1905	324а				Реальность высших измерений
2 сентября	1906	95	ОВ, 150 (=324а)	Ц 290		Астральное пространство четырёхмерно, замкнуто
21 мая	1907	284	69			Противоположные измерения
16 сентября	1907	284	77 (=101, 189-190)	Ц 320		Противоположные измерения
28 июня	1908	324а	ОВ			*Астральное пространство
22 октября	1908	324а				*Реальность четвёртого измерения, тессаракт
18 апреля	1909	110	157-159	Ц 374		Материя исчезает в высших измерениях
22 апреля	1909	110	ОВ, 186-187 (=324а)	Ц 375		Проективная прямая, астральное пространство
30 марта	1910	119	243-245	Ц 396		Четвёртое измерение, высшая память
2 ноября	1910	324а	ОВ			Растение/Животное/Человек: 4-ое/5-ое/6-ое измерения
1 октября	1911	324а	ОВ (= 130, 103)			Свет и четвёртое измерение
27 декабря	1911	134	75	Ц 431		Противоположные измерения
25 ноября	1912	324а	ОВ			Реальность высших измерений, проективная прямая
28 июня	1914	286	80	Ц 469		Кривые Кассини исчезают в четвёртом измерении
	1914	18	591	Ц 461		Время как четвёртое измерение, теория относительности
14 декабря	1919	194	200-201			Четвёртое измерение упомянуто
3 марта	1920	321	49-57	Ц 553		Теплота как род четвёртого измерения
4 марта	1920	321	64-66	Ц 554		Теплота как род четвёртого измерения
11 марта	1920	324а	ОВ (Штракош)			Упомянуты высшие измерения
27 марта	1920	73а				Четвёртое измерение и теория относительности
31 марта	1920	324а	ОВ			Упомянуты высшие измерения

2 мая	1920	201	173-174	Ц 571	Переход к высшим измерениям в солнечной системе
10 декабря	1920	202	97-99	Ц 584	*Кривые Кассини выходят из пространства
10 января	1921	323	199-200		Срезающие, деформирующие, периферийные силы
15 января	1921	324a	ОВ	Ц 622	Эфирная область, периферийное свечение
15 января	1921	323	274-283	Ц 624, 625	*Антипространство, противоположные измерения
18 января	1921	323	318-320	Ц 629	*Противоположные измерения
7 апреля	1921	76	ОВ, 141-152 (=324a)		*Противоположные измерения и имагинация, инспирация, интуиция
4 ноября	1921	208	132-137	Ц 673	Полярные координаты, точка-сфера
8 апреля	1922	82	30-41	Ц 680	*Противоположное измерение, имагинация, упразднение измерения
9 апреля	1922	82	52-57	Ц 685	*Точка-сфера, имагинация, пластическая геометрия
12 апреля	1922	82	ОВ, 152-163 (=324a)	Ц 687, 688, 689	*Противоположное измерение, точка-сфера, эфирное
24 июня	1922	213	12-25	Ц 695	Высшие измерения и мышление, чувствование, желание
2 июня	1923	276	49-51 (=291,171-172)	Ц 744	Четвёртое измерение как противоположное измерение, эфирная область
25 июня	1923	350	136	Ц 750	Четвёртое измерение упомянуто (физика)
19 августа	1923	227	39-41	Ц 756	*Противоположные измерения, упразднение измерений
20 августа	1923	227	45	Ц 757	Имагинация двумерна
22 августа	1923	227	95		Инспирация одномерна
26 августа	1923	227	161-163	Ц 759	*Имагинация/инспирация/интуиция: двух-/одно-/нульмерное

Документы из архива Управления наследием Рудольфа Штайнера

I. Из письма от января 1903 *Гюнтера Вагнера* (1842-1930, предприниматель, основатель фирмы Пеликан) к *Вильгельму Хюббе-Шлайдену* (1846-1916, путешественник-исследователь, колониальный политик, писатель):

Дорогой Вилли,  
[...] Если в 4 dimensionalen romances, который я послал тебе к Рождеству, возможно, был счёт от der TPS, тогда пришли мне его, пожалуйста. Я не нахожу никакой оценки по этому произведению.

Искренне Ваш Гр. Д. Гюнтер

Под «4 dimensionalen romances» подразумевались *научные баллады* (Лондон: Swan Sonnenschein 1886; вторичная серия, Лондон: Swan Sonnenschein 1902) Чарльза Г. Хинтона. Они содержали среди прочего замаскированное в рассказы введение в геометрические свойства четырёхмерного евклидова пространства.

II. Из письма от 2 июля 1904 *Людвига Дейнгарда* (1847-1917, инженер и промышленник, вместе с Вильгельмом Хюббе-Шлайденом старейший член немецкой секции теософского общества) к *Рудольфу Штайнеру*:

Глубокоуважаемый гос. доктор [...] Как быть с обсуждением четвёртого измерения Хинтона? Не хотите ли Вы сами сделать это? Книга, как известно, содержит множество иллюстраций. Если от этого надо сразу отказаться, то я боюсь, что об этом будут говорить лишь довольно поверхностно.

С лучшими пожеланиями, Ваш Дейнгард

Здесь подразумевается книга *Четвёртое измерение* (Лондон: Swan Sonnenschein 1904) Чарльза Г. Хинтона, которая содержит много рисунков, среди которых и цветные.

III. Запись в записной книжке 22 октября 1908, архив. № NB 159: с. 12/13.

IV. Следующая ниже запись в записной книжке Штайнера (архив. № NB 119) по проблеме измерения из 1921 года находится в прямой связи с докладом от 17. 3. 1921 (GA 324).

22. Logenrolle: Berlin  
 vödrimensionsaler Raum

---

Raumbezug.

Dimensionsbezug.

Zugbezug.

Grenzen - Punkt.

Linie

Fläche

Körper.

Ein Objekt, das aufsteigt auf eine Fläche und  
 immer wieder darin verweilt.

Projection, — Zerleg. Quadrat in 4 Linien

Würfel in 6 Quadrate

Tetraeder in 8 Würfel

[NB 159]

22. Logenvotr. Berlin  
vierdimensionaler Raum

Raubegriff  
Dimensionsbegriff  
Zeitbegriff  
Grenzen — Punct  
Linie  
Fläche  
Körper.

Ein Licht das auftrifft auf eine  
Fläche und  
immer wieder darinnen  
verschwindet.

Projection. — Zerlegg.  
Quadrat in 4 Linien / Würfel  
in 6 Quadrate / Tesseract in 8  
Würfel

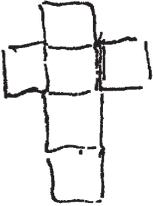
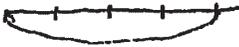
22. Logenvotr. Берлин  
четырёхмерное пространство

Понятие пространства  
Понятие измерения  
Понятие времени  
Границы — точка  
линия  
плоскость  
тело.

Свет, который попадает на  
плоскость и  
всегда снова исчезает внутри.

Проекция. — разобранный  
квадрат на 4 линии / куб на  
6 квадратов / тессеракт на 8  
кубов

22. 3 Uhr. Instruction F.M. 1°

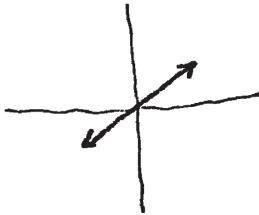




1) Der Unterschied zwischen Hauptes =  
 und Gliedmaßenorganisation:

---

2.) Hauptes: das ganze System auf das  
 Rücken verankert - nur die  
 Dimension vom - rückwärts fällt  
 etwas heraus - für die drei  
 Dimensionen als vorhanden erlebt -



3.) Im Gliedmaßen System: dasselbe ist  
 verankert für die Bewegung - es  
 ist nur die Dimension oben - unten  
 herausfallend - und für sich vorhanden

[NB 119]

1.) Der Unterschied zwischen Hauptes- und Gliedmaßenorganisation!:

2.) Haupt = das ganze System auf das *Ruhen* veranlagt — nur die Dimension vorn-rückwärts fällt etwas heraus — sonst die drei Dimensionen als *vorhanden* erlebt —

3.) Im Gliedmaßensystem = dasselbe ist veranlagt für die Bewegung — es ist nur die Dimension oben-unten herausfallend — und für sich vorhanden.

1.) Разница между головной организацией и организацией конечностей:

2.) Голова = вся система, предрасположенная к *неподвижности* — только измерение несколько выделяет — обычно три измерения переживаешь как *существующие* —

3.) В системе конечностей = та же система предрасположена для движения — только измерение вверх-вниз выделяется — и существует ради себя.

Im Haupt ist japs. System und Haupt des  
Geldsystems ausgebildet.

Dies System ist so ausgebildet, dass  
das volle Jap in dem Jahr Geldung  
kommt -

Im Haupt ist phys. System und  
schwach das  
Aethersystem ausgebildet

В голове сформирована физ.  
система и слабо  
эфирная система

Dies System ist so ausgebildet,  
dass  
das volle Ich in zur Geltung  
kommt —

Эта система сформирована  
так, что  
полное «Я» в ней  
проявляется —

4.) Die Betrachtung des Arms = mittlere  
 Dimension = aufspalten die Dimension  
 vorn-hinten = durchspannen die Verticalebene  
zwei Dimensionen

also: Sehen; Armbewegung; Gehen;

5.) Vorderer Vierfüßler = Bewegungen des  
 Auges }

Hinterer = Akt Kommodation

Vierfüßler verknüpft die beiden Augenseiten

Tiefendimension = Grossform -

Schfüßler = Zusammenwachsen des Tastendrills  
 bei niederen Tieren von den Vierfüßlern  
 mit verbleiben -

4.) Die Betrachtung der Arme  
 = mitten  
 drinnen = aufgehoben die  
 Dimension  
 vorn-hinten = dagegen die  
 Vertikalebene  
 zwei Dimensionen  
 also: Sehen; Armbewegung;  
 Gehen;

4.) Рассмотрение рук = в  
 центре  
 внутри = взаимно  
 уничтоженные измерения  
 вперед-назад = в сравнении с  
 этим вертикальная плоскость  
 два измерения  
 то есть: зрение; движение рук;  
 ходьба;

5.) Vordere Vierhügel =  
 Bewegungen der  
 Augen  
 Hintere: Akkomodation  
 Vierhügel verschmilzt die  
 beigen Augenbilder  
  
 Tiefendimension: Großhirt  
  
 Sehhügel: Zusammenfassung  
 des Tasteindrucks  
 bei niederen Tieren von den  
 Vierhügeln  
 mitversehen

5.) Переднее четверохолмие  
 = движения  
 глаз  
 Заднее: аккомодация  
 четверохолмие сливается  
 воедино оба зрительных  
 образа  
 Глубина измерения: головной  
 мозг  
 Зрительный бугор:  
 объединение осязающих  
 впечатлений  
 у низших животных  
 четверохолмия  
 слиты воедино (mitversehen)

In ihm der Abstrakt und nicht sein.

(Verstand = es geht zurück auf Dinge, was nicht mehr Sinn gemacht ist —

Tiefendimension = sie wird schon  
verfaßbar <sup>willens</sup> verfaßbar — und so

wird dann die zweite Dimension  
 z.B. bei den Aornbewegungen — = bei  
 allem symmetrischen Denken, das in  
 der Tiefe übergeht —

Augen: Tiefendimension

Ohren: Tiefendimension und Symmetriedimension

Füße: alle drei Dimensionen, daß so, daß  
 die Hörendimension nicht beherrschend

In ihm der Astralleib noch  
wirksam

В нём астральное тело ещё  
действительно

Verstand = er geht zurück auf  
dasjenige, was  
nicht mehr sinngemäß erfasst  
wird —

Рассудок = он возвращается к  
тому, что  
чувственно уже не  
схватывается —

Tiefendimension: sie wird  
schon  
willens  
verstandesmäßig — und so  
wird dann die zweite  
Dimension  
z.B. bei den Armbewegungen  
— : bei  
allem symmetrischen Denken,  
das in  
das Fühlen übergeht —  
Augen: Tiefendimension  
Arme: Tiefendimension und  
Symmetriedimension  
Füße: alle drei Dimensionen,  
doch so, dass  
die Höhendimension nicht  
beherrscht wird.

Измерение глубины: оно уже  
стремится  
соответствовать рассудку —  
и таким образом  
тогда становится вторым  
измерением  
например при движении  
рук — : при всяком  
симметричном мышлении,  
которое  
переходит в чувствование —  
Глаза: глубина измерения  
Руки: глубина измерения и  
измерение симметрии  
Ноги: все три измерения, но  
так, что  
измерение высоты не  
становится главным.

Vor der denkbaren Welt eine undenkliche,  
aber doch wirkliche —

Das Mathematische geht auf das  
Unabhängige —

Weser irgendwie auf einen End-  
zustand ????

Vor der «denkbaren» Welt eine  
undenkbare,  
aber doch wirkliche

Перед «мыслимым» миром  
некий немислимый,  
но однако действительный

Das Mathematische geht auf  
das  
Unabänderliche  
Geht es irgendwie auf einen  
End-  
zustand ? ? ?

Математическое ведёт в  
  
неизменное  
Приводит ли оно как-нибудь  
к конечному  
состоянию ? ? ?

# Vorstellungen, die nicht auf äusseres  
 Wirkliche hin bezogen <sup>können</sup> bezügen  
 die Wirklichkeit des vorstellenden  
 Ausdrucks —

„a.“  
 Mathematik geht auf den Raum;  
 indem sie ihre Gebilde denkt, schafft sie  
 im (subjectiv) Teilnehmenden — einen  
 äusseren Infall, der sie nicht — ist sie  
 doch auf einen solchen anwendbar —  
 so kann es nicht der Wahrnehmungsinfall  
 sein, sondern dessen Construction —

# Vorstellung, die nicht auf  
 äusseres  
 Wirkliche sich beziehen können  
 — bezeugen  
 die Wirklichkeit des  
 vorstellenden  
 Wesens —

Mathematik geht u.a. auf den  
 Raum;  
 indem sie ihre Gebilde denkt,  
 schafft sie  
 im (subjectiv) Tatsächlicher —  
 einen  
 äusseren Inhalt hat sie nicht —  
 ist sie  
 doch auf einen solchen  
 anwendbar —  
 so kann es nicht der  
 Wahrnehmungsinhalt  
 sein, sondern dessen  
 Construction —

# Представления, которые  
 могут касаться  
 не внешней  
 действительности —  
 подтверждают  
 реальность представляющего  
 существа —

Математика ведёт, в  
 частности, в пространство;  
 когда она мыслит свои  
 образы, она творит  
 в (субъективно)  
 действительном — она  
 не имеет внешнего  
 содержания — однако, если  
 она  
 применима к такому —  
 то это может быть не  
 содержание восприятия,  
 но его построение —

Ренатус Циглер

## ОБ ОДНОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ДОКЛАДЕ РУДОЛЬФА ШТАЙНЕРА В БАЗЕЛЕ

Попытка восстановления обстоятельств, а также содержания доклада Рудольфа Штайнера о связи аналитической и синтетической геометрий, прочитанного на математическом семинаре в базельском университете во время зимнего семестра 1920/21

### *Вступление*

В ответе на вопрос о многомерном пространстве, заданный 12 апреля 1922 года во время гаагского курса высшей школы<sup>1</sup> с 7 по 12 апреля 1922 года, Рудольф Штайнер, не вдаваясь в локальные или временные детали, вспоминает об одном из прочитанных им в математическом обществе университета докладов. Там он говорит о новом способе геометрического рассмотрения, необходимом для понимания пространства, в котором происходят процессы живого мира. Кроме того, он продолжает:

„Вещи становятся интересными, когда их прослеживают математически и переходят к физическому, и, кроме того, если создать теорию, которая здесь начинает возникать очень реально, многое способствовало бы решению именно граничных проблем. Однако для этого ещё нет достаточного понимания. Например, однажды я читал доклад в математическом обществе университета, где попытался приблизиться к этим вещам. Я показал, что если здесь имеешь асимптоты гиперболы, а здесь — ветви гиперболы, то представленное здесь справа, а именно расходящееся, следует здесь

слева представлять сходящимся, так что имеет место полный поворот [рис. 1]. Эти вещи постепенно приводят к конкретной трактовке пространства.

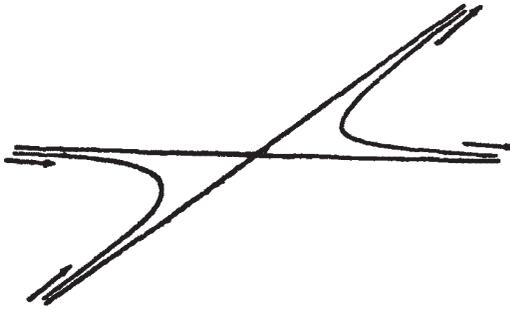


Рис. 1

Однако сегодня для этого находишь мало понимания. У чистых аналитиков часто обнаруживаешь даже определённую антипатию к синтетической геометрии. А эта новая синтетическая геометрия как раз есть путь, который выводит из чисто формального математического к проблеме, когда необходимо постигать эмпирическое. До тех пор, пока вычисляешь только с помощью аналитической геометрии, не придёшь в сферу действительности. Здесь образовали только конечную точку координат, геометрическое место координат и так далее. Если остаёшься при конструировании, при линейном и при окружности, то находишься на линии и необходимо прибегнуть к помощи определённой наглядности. Это то, что с такой пользой делает синтетическая геометрия, чтобы выйти из формального и показать, как математическое следует мыслить в природе”.

Издание докладов и ответов на вопросы гаагского курса высшей школы основывается на конспектах, не просмотренных Рудольфом Штайнером. Оригинал стенограммы уже не существует. Ответственный редактор первого издания 1957 года Ганс Эрхард

Лауэр (1899-1979) сделал примечание к выше процитированному месту: „Упомянутый доклад в математическом обществе университета имел место в Базеле в «Математическом обществе» 26 января 1921 года. Конспект отсутствует”. До сегодняшнего дня (1995) такой конспект также не обнаружен. Запись в перечне докладов Ганса Шмидта звучит<sup>2</sup>:

(4374) Среда, 26 января 1921, Базель, доклад для «Математического общества» (О синтетической геометрии).

Первоисточники к этому примечанию до сих пор не обнаружены. Таким образом, ни точные обстоятельства и дата этого доклада, ни его название документально не засвидетельствованы. Ввиду большого интереса к содержанию этого доклада ради точного понимания воззрения Штайнера на значение математики, в частности синтетической проективной геометрии, я немного исследовал этот вопрос. К сожалению, поиск не привёл ни к какому конспекту доклада. Однако обстоятельства возникновения этого доклада предстали в несколько более правильном свете. Кроме того, центральные мысли доклада можно было с некоторой достоверностью воссоздать на основе докладов, прочитанных несколько позже, а также оставшихся после смерти записей, относящихся к теме доклада.

#### *Внешние обстоятельства доклада*

В архиве Управления наследием Рудольфа Штайнера имеется нижеследующее письмо, которое находится в прямой связи с докладом Рудольфа Штайнера на математическом семинаре базельского университета:

Базель, 30. X. 20  
Каноненгассе 13

Глубокоуважаемый господин доктор!

Через господина доктора Бюхнера в Базеле я узнал, что вы хотели прочитать доклад в «Математическом обществе» в Базеле на тему «Аналитическая и синтетическая геометрии в их взаимосвязи». Мы ничего не имеем против этого и будем рады приветствовать Вас в нашем Обществе.

Прошлой зимой заседания всегда имели место в среду в восемь часов вечера (каждые 2 — 4 недели). Пока сомнительно, будем ли мы этой зимой придерживаться этого времени. Во всяком случае, первое заседание будет иметь место 10 ноября. Если же не будет принято никаких изменений, Ваш доклад возможен 24 ноября (среда) в 8 часов вечера в аудитории матем. семинара, Райншпрунг, 21.

Кроме того, я должен обратить Ваше внимание на то, что Вам не следует ожидать большой публики: примерно 4 профессора университета, немногим больше учителей из базельской школы и, кроме того, примерно столько же зрелых студентов. Таким образом аудитория обычно вмещает всех, поскольку на эти заседания доступ имеют, конечно, только математики. Продолжительность доклада в целом не должна превышать академический час.

С лучшими пожеланиями  
и глубоким уважением  
Г. Морманн

(...)

Дату доклада уже нельзя установить с уверенностью. На основании других действий Штайнера<sup>15</sup> в качестве возможной принимается во внимание дата в период зимнего семестра 1920/21 лишь одной из следующих сред: 26 января, 2 и 9 февраля, а также 9 марта. (...)

*К предположительному содержанию доклада*

*А) Указания из других докладов*

В этом разделе находятся некоторые указания, из которых можно заключить о предположительном содержании доклада Рудольфа Штайнера в Математическом обществе в Базеле. Прежде всего ясно, что Штайнер в кругу темы «Аналитическая и синтетическая геометрии в их связи» говорил не только о чисто математических вопросах. Это дают понять устные сообщения Говальда и Концельманна о высказываниях Бюхнера относительно доклада Штайнера. Нельзя исходить из того, что непонятность высказываний Штайнера (по собственному мнению Штайнера и одного из его слушателей) следует искать в специальной области. Ибо синтетическая проективная геометрия, которая была особенно дорога Штайнеру, тогда была всё-таки вполне принятым и солидно проработанным математическим предметом преподавания.<sup>16</sup> (...) Кроме того, для солидно образованного математика того времени, даже если он не слышал о синтетической проективной геометрии (что для рассматриваемого здесь периода времени маловероятно), устные математически элементарные высказывания Штайнера не могли быть проблемой. Трудность должна была лежать в чём-то другом.

Дальнейшее указание на то, что Штайнер высказывался не только по поводу чисто математических вопросов, проистекает из того, что ему, прежде всего, предстояло установить связь специальных наук с антропософской духовной наукой, в частности здесь математического содержания и мыслительных форм. Это следует из текстов его разносторонних докладов для академиков, в частности на различных курсах высших школ. Прежде чем мы проверим это на конкретных случаях, необходимо указать здесь на подобную ситуацию в другой специальной области, где наряду с этим речь тоже идёт о математике. 1 марта 1921 года, то есть в период, принимаемый в расчёт для доклада Штайнера в Базеле,

он по приглашению Союза философов (Vereeniging voor Wysbegeerte) в Амстердаме читал доклад «Философия и антропософия».<sup>17</sup> Здесь обсуждались философские специальные проблемы по онтологии, теории познания и этике, переплетаясь с точками зрения антропософии. Как и в большинстве открытых докладов, в частности перед академической аудиторией, Штайнер упоминает математический способ мышления или настроя души как образец и ориентир для человека, стремящегося к духовной науке, а также для самого духовного исследователя. Отсюда следует указание на переживание, о котором Штайнер часто сообщал (с. 210 и след.)<sup>18</sup>:

„Занимаясь духовно-научными проблемами, которые ведь иногда бывают довольно трудными, из-за того, что, когда их уже имеешь, они часто ускользают, я всегда вспоминаю одно событие. Оно помогло мне десять, может быть, приблизительно четырнадцать лет тому назад продвинуться дальше на пути, который как раз теперь я хочу охарактеризовать. Был тот момент, когда поначалу я сумел понять в синтетической геометрии удивительный факт — теперь мы будем говорить не по поводу основания этого допущения, — что, исходя из предпосылок синтетической геометрии, бесконечно удалённая точка некой прямой с правой стороны является той же самой, что и бесконечно удалённая точка с левой стороны. Это было не таким уж математическим фактом, но являло весь характер образа мыслей, каким он допускается из предпосылок синтетической геометрии, проективной геометрии. — Здесь я указываю на это только для того, чтобы обратить внимание на следующее: чтобы заставить действовать сознание, оно должно иметь тот же настрой души, тот же характер, что и состояния, которые я называю медитацией и концентрацией”.

С достоверностью можно сказать, что в тот период, на который приходится его доклад в Математическом обществе в Базеле, Штайнер во многих докладах стал говорить об аналитической и синтетической геометриях и об их взаимоотношении. Здесь указывается на эти места вместе с некоторыми более поздними вы-

сказываниями. Особенно важные, по моему мнению, места обозначены \*.

(Прим. редактора русского перевода: номера страниц в таблице даны по оригинальному изданию).

Дата	GA; страница	Цитата <sup>19</sup>	Ключевое слово
2.IX – 1920	300a; 233-234	Ц 84	Упоминается синтетическая/аналитическая геометрия
7.I – 1921	323; 137-139	Ц 606, 607, 608, 142-144	Подвижная система координат
9.I – 1921	323; 176-182	Ц 610	Проективная прямая
11.I – 1921	Gegenwart, 14 (1952); 65	Ц 615	*Аналит./синтет. геометрия, имагинация
16.I – 1921	323; 300-301	Ц 626	*Аналит./синтет. геометрия, имагинация
18.I – 1921	323; 335-336	Ц 630	Требование проективной математики
1.III – 1921	Goetheanum, 22 (1943); 210-211	Ц 630a	Проективная прямая
17.III – 1921	324; 31-42	Ц 636; 637	Направления пространства (Зрение, руки, ходьба)
21.III – 1921	324; 84-87	Ц 642	*Аналит./синтет. геометрия, имагинация
5.IV – 1921	76; 68-83	Ц 645	*Аналит./синтет. геометрия, имагинация
4.XI – 1921	208; 132-137	Ц 673	Полярные координаты
6.IV – 1922	76; 96-97		Упоминается синтетическая/аналитическая геометрия
8.IV – 1922	82; 40-41, 46-47	Ц 680, 683	*Антипространство, синтет./качественное
9.IV – 1922	82; 53-57	Ц 685	Точка-окружность
12.IV – 1922	82; 152-154	Ц 687, 689, 160-163	Система координат в эфирном
26.XII - 1922	326; 40-53	Ц 713, 714	Размерность пространства

Особенно показательными в теме отношения математического формирования мыслей, касающихся противоположности аналитической и синтетической геометрий, и духовно-научного формиро-

вания понятий являются доклады от 11 и 16 января, 21 марта и 5 апреля 1921 года.

После того как Штайнер 7 января 1921 года в третьем естественнонаучном курсе «*Отношение различных естественнонаучных областей к астрономии*» (GA 323) обратил внимание на несоответствующую действительности природу евклидова пространства и его трёхосной и ортогональной системы координат, а также выдвинул требование развития подвижной в себе координатной системы для понимания реального пространства, он 9 января 1921 года указал на представление, значительное для понимания соответствующего действительности (то есть качественного в противоположность количественному) перехода окружности в проективную прямую. Затем 11 января 1921 года во вступительном докладе к организованному «Союзом антропософской деятельности высшей школы» циклу *Опыты отношений духовной науки к отдельным специальным наукам* последовала характеристика математического познания в связи с духовно-научным познанием<sup>20</sup> (с. 55):

„Это именно то, что является результатом, первым методологическим результатом антропософской духовной науки: из человеческой души можно, формируя, извлекать не только математику, но также и другие душевные переживания.

И среди этих душевных переживаний антропософская духовная наука выделяет, я бы сказал, три ступени. Математические образования, в частности в соответствии с их свойством, являются, собственно говоря, соответственно их свойству, первой ступенью духовной науки, только её не распознают как таковую. Вторая — это то, что в своей книге «*Как достигнуть познания высших миров?*» я назвал имажинацией. Этим подразумевается не фантастическое или исполненное воображения содержание, но подразумевается формирование и извлечение наружу душевного содержания, которое чисто внутренне сформировано и извлечено наружу из человеческой души точно так же, как и математическое содержание. Однако оно не является теперь только формальным, как

математическое содержание, но является насыщенным тем самым содержанием, которое к действительности относится иначе, чем математическое содержание.

Добываемое здесь изнутри души как более высокую ступень, как насыщенную содержанием математику я называю имагинацией, потому что при углублении в математическое содержание мы, переживая математику, знаем: в математическом мы не имеем содержания бытия; содержание бытия должно быть дано математическим формулам извне — из опыта. Для повседневной жизни и для обычной науки это полностью оправдано. Когда мы при математически-эмпирическом способе рассмотрения несём содержание бытия, уже исходя из глубины души, навстречу этому внешнему миру, который нам предстоит в чувственном наблюдении, тогда мы не можем переживать этот внешний мир. Мы его не обнаруживаем с очевидностью. Это бытие, которое мы приписываем внешнему миру, нам дано только благодаря тому, что в том, что мы методически несём навстречу этому внешнему миру, мы не имеем никакого содержания бытия, но следует осознать, что навстречу эмпирическому внешнему миру мы несём только образное содержание. Кто ясно понимает именно этот образный характер математического, тот в естественнонаучном методе современности обнаружит особое отличительное свойство в этом образном характере математического.

В тот момент, когда ближе подступаешь к духовной науке, не останавливаешься на особенном настроении души, которого достиг путём наследования, воспитания и затем уже применяешь в обычной науке. Шагаешь дальше в развитии души. Вызываешь в душе скрытые силы. Весь процесс субъективно подобен тому моменту, когда душа, ещё ничего не имеющая в себе от какого-либо математического наглядного представления, переходит к наполненности математическими представлениями с их своеобразиями, с их соотношениями фигур и так далее. [...]

Поэтому, если этот процесс переходит за пределы математики к тому, что я называю первой высшей ступенью познания, то про-

исходит так, что мы больше не переживаем формально, что переживаем мы не только образно, но в самом переживании имеем содержание бытия”.

После высказываний о двух сверхчувственных стадиях опыта инспирации и интуиции следует ссылка на прогрессирующее, наблюдаемое в ходе истории отторжение математических понятий от опыта. Человечество „хотело бы дальше продолжать чисто внутренне образовывать математическое, оторвав его от эмпирического содержания. И даже можно сказать: сегодня уже точно можно заметить, где математическое граничит с действительностью. Например, в синтетической, в проективной геометрии”. (Там же с. 65).

В конце 16-го доклада предыдущего цикла (16 января 1921, GA 323) Штайнер явно уже говорит о связи аналитической и синтетической геометрий, не вдаваясь в какие-либо детали (с. 384 и далее по русскому изданию):

„Вы видите, что всё дело в том, чтобы сперва проникнуть в наблюдаемые здесь феномены, понять их, чтобы затем объяснить их друг через друга. И только если таким образом вдаваться в качественное вещей, если действительно взяться за то, чтобы найти в самом широком смысле некий вид качественной математики, сможешь продвинуться дальше. Об этом мы ещё будем говорить завтра. Сегодня я хотел бы только лишь напомнить, что именно для математиков ведь ещё есть возможность, исходя из математического, найти переходы к качественному рассмотрению, к качественной математике. И такая возможность очень сильна даже в наше время, когда просто пытаешься аналитическую геометрию и её результаты рассматривать в связи с синтетической геометрией, с внутренним переживанием проективной геометрии. Это, правда, только начало, но очень и очень хорошее начало. И значит тот, кто начал с этих вещей, абсолютно согласен уяснить себе когда-нибудь, как же это происходит, что линия имеет не две бесконечно удалённые точки — одну на одной стороне, другую на другой стороне, — но при всех обстоятельствах имеет только одну беско-

нечно удалённую точку, и тогда он найдёт реальные понятия в этой области и, исходя из этого, качественную математику, посредством которой он то, что выглядело полярным, уже не только не будет противопоставлять друг другу, но будет мыслить одинаково направленным. Конечно, это считается одинаковым не по качеству. Явления анода и катода не одинаково направлены, но за этим стоит нечто другое. И путь к пониманию того, что здесь стоит за этим различием, состоит как раз в том, чтобы не позволять себе вообще мыслить реальную линию с двумя концами, а уяснить себе, что реальную линию в её полноте нельзя мыслить с двумя концами, но с одним концом, а другой конец просто-напросто посредством реальных отношений переходит в одно продолжение первого, которое где-то должно находиться.

Обратите только внимание на важность такого рассмотрения. Оно вводит глубоко в некоторые загадки природы, которая, если попытаться подступиться к ней без такой подготовки, будет постигаться только так, что никогда явление не будет пронизано представлением”.

И совсем в конце цикла, в докладе от 18 января 1921 года, затем говорится (с. 428 и далее по русскому изданию):

„И если только пройден путь от обычного аналитического способа рассмотрения в математике к способу рассмотрения проективной математики и сверх того, если больше культивировать представление, которое я здесь положил в основу при рассмотрении кривых, у которых необходимо выходить из пространства, то, действительно, будет нетрудно продвинуться к имажинации. Но это непременно вопрос внутреннего душевного мужества. И это внутреннее душевное мужество необходимо для сегодняшних исследований. И поэтому обязательно необходимо признать: полная действительность не открывается именно обычному способу рассмотрения. Тому же способу рассмотрения, который не страшится дальше развивать человеческую душевную силу, все более и более открываются обычно скрытые глубины действительности”.

Его короткое упоминание синтетической геометрии 1 марта мы уже цитировали выше. От 16 по 23 марта 1921 года внутри

«Союза антропософской деятельности высших школ», организованного «Свободным антропософским курсом высшей школы» в Штутгарте, Штайнер прочитал цикл из восьми докладов на тему: «*Математика, научный эксперимент, наблюдение и результаты познания с точки зрения антропософии*» (GA 324)<sup>21</sup>. Во вступительном докладе от 16 марта он характеризует математическое мышление как переходную ступень между обычным познанием природы и духовной наукой (с. 25 и далее по русскому изданию):

„Подготовку к тому, чтобы считать реальными эти [духовные] миры, мы имеем уже в том, что найденное в математически сформированном познании, разумеется ещё в образно-абстрактном, мы применяем к внешней действительности и даже говорим себе так: когда мы конструируем математически, хотя это и не имеет в себе ещё никакой реальности, из глубин нашей души поднимается не реальность, но нечто являющееся образом реальности. В духовной науке мы поднимаем из подоснов нашей души то, что уже является не только образом внешней реальности, но самой реальностью, действительностью. Таковы три ступени человеческого познания: первая — физическое познание природы, вторая — математизирующее знание и третья — духовная наука. И это не исходит из одного лишь предположения, что духовно-научный метод конструируется как необходимость, но вы видите, что именно для того, кто понимает математизирование, вытекающим только из эмпирического исследования, духовопознание присоединяется как дальнейшее продолжение, несмотря на то, что благодаря этому получают истинный духовный мир не математический, а несколько иной. И, по-видимому, надо сказать: кто знает, как возникает математика, тот сможет достичь и понимания того, как возникает антропософски ориентированная духовная наука”.

В следующем докладе от 17 марта 1921 года Штайнер подробнее останавливается на деятельности зрения, движении рук и ходьбе в связи с тремя измерениями пространства (см. также записи в записных книжках 1921 года в первой статье на с. 28/30). Затем снова в докладе от 21 марта следуют дальнейшие высказы-

вания о математике, в частности о соотношении аналитической и синтетической геометрий (с. 84 и далее по русскому изданию):

„Посмотрите, по крайней мере, часть из вас, пожалуй, может получить определённую помощь [для перехода к имажинативному познанию], если попытается составить себе точное представление о том, как относится обычная аналитическая геометрия к так называемой синтетической геометрии. Об этом я хотел бы сказать лишь несколько слов. В аналитической геометрии мы, собственно совершаем следующее. Мы обсуждаем какое-либо уравнение  $y=f(x)$  или другое уравнение, и если мы остаёмся в пределах обычной системы координат, то говорим себе, что в таком случае каждому  $x$  соответствует один  $y$ , и мы отыскиваем крайние точки ординат как точки, проистекающие из нашего уравнения. Что тут происходит в действительности? Тут мы должны сказать себе: Если мы трактуем уравнение, то мы его, собственно, трактуем так, что внутри того, что мы трактуем в уравнении, мы всегда имеем в виду нечто, расположенное вне того самого, что мы в конце концов ищем. В конце концов мы ищем кривую. Но в уравнении ведь находится не кривая. В уравнении находятся ординаты и абсциссы. В действительности мы передвигаемся так, что строим вне кривой и что получаемое нами на концах ординат мы затем рассматриваем как точки, принадлежащие кривой. В аналитической геометрии мы вовсе не входим с нашим уравнением в саму кривую, в геометрический образ. Это есть нечто чрезвычайно знаменательное, когда в познавательном смысле постигается, что, занимаясь аналитической геометрией, мы осуществляем операции, которые потом снова отыскиваем в пространстве, и конечно же со всем тем, что мы тут вычисляем, мы по сути дела остаёмся вне рассмотрения геометрических образов. Это нечто такое, что нужно хорошо понимать, потому что затем приходят к совсем другому представлению, когда переходят от аналитической геометрии к проективной или синтетической геометрии. Здесь работают, как большинство из вас узнают, уже не с вычислением, а, по сути дела, только с пересечением линий и с проектированием изображе-

ний и благодаря этому по меньшей мере приходят пока приблизительно к тому, чтобы от одного только обсчитывания геометрических образов в какой-то мере вступить в сами эти геометрические образы. Это проявляется, когда вы смотрите, как в синтетической геометрии, например, доказывают, что прямая линия имеет не две бесконечно удалённые точки, а только одну бесконечно удалённую точку, так что, когда продвигаются в этом направлении, я бы сказал, «сзади вокруг» („von hinten herum“) — геометрически это можно довольно хорошо постигать — снова возвращаются, так что у одной прямой имеют только *одну* бесконечно удалённую точку. В таком случае у одной плоскости имеют только *одну* бесконечно удалённую пограничную линию. У всего пространства имеют только *одну* бесконечно удалённую пограничную плоскость.

К этим представлениям, я это только упомяну, приходят не аналитическим образом. Это совсем не выполнимо. Может быть, если уже имеют синтетически-геометрические представления, полагают, что могли бы к этому прийти. Однако нельзя к этому прийти, это даёт только синтетическая геометрия. Синтетическая геометрия показывает, что на самом деле можно войти внутрь в геометрические образы, чего не может аналитическая геометрия. И вот, если так постепенно вырываются из чисто аналитической геометрии в проективную или синтетическую геометрию, получают ощущение того, как сама кривая имеет в себе элементы сгибания себя, приобретения круглой формы и так далее, что в аналитической геометрии дано ведь только внешне. Таким образом, из окружения линии, из окружения также объёмного изображения проникают во внутреннюю структуру объёмного изображения, и благодаря этому получают возможность образовать первую ступень для перехода чисто математического процесса представления, данного ведь в самом выдающемся смысле в аналитической геометрии, к имажинативному процессу представления. Имажинативный процесс представления ещё, конечно, не получают в синтетической, проективной геометрии, но приближаются к нему, и,

когда это проделывают внутренне, имеют чрезвычайно значительное переживание, некое переживание, которое может стать прямо-таки решающим для признания имагинативного элемента, и, кроме того, для оправдания в таком случае пути духовного исследования в том направлении, когда действительно получаешь некое представление об этом имагинативном элементе”.

В пределах второго антропософского курса высшей школы с 3 по 10 апреля 1921 года в Дорнахе «Плодотворное воздействие антропософии на специальные науки» (GA 76), в докладе от 5 апреля 1921 года «Математика и неорганические естественные науки» последовал затем некий род объединения ранее заложенных мотивов, то есть обстоятельное разъяснение математического метода вообще и значения синтетической геометрии в частности. Прежде всего Штайнер указывает на изменяющееся в ходе истории понимание математизирования. Во времена античности «математика» означала просто науку, в средние века вплоть до нового времени, в особенности при Декарте, Спинозе и Лейбнице, под математикой, прежде всего, понимали метод надёжного заключения, а также особый род прозрачности математического содержания сознания, которое не нуждается в подтверждении через чувственный опыт. Это создаёт фундамент для открытия неевклидовой геометрии. Но одновременно практика математического метода всё больше вытесняется благодаря *применению* математического содержания к процессам природы. Так в уже упомянутом докладе от 11 января 1921 года Штайнер, кроме того, обращает внимание на образный характер математического мыслительного содержания, которое является необходимой основой свободно разворачивающейся деятельности математизирования, деятельного математического созерцания:

„Но тем, что, математизируя, исходишь из природного бытия, находишься, собственно, снаружи, в противоположном случае интерес в высшей степени лежит в математике. Действующее в себе нигде не схватишь, но схватишь только отношения этого действующего, выраженные через математические формулы”. (с. 67 и далее).

„Но даже уже в пределах математического мы видим путь, который выводит из самого математического. Из сказанного мной вы можете заключить, что этот путь, выводящий из математического, должен быть подобен пути, который мы проходим, когда с всецело образным математическим, с не пронизанным силами (undurchkrafteten), недействительно образным математическим мы теперь погружаемся в пронизанную силами и действительную (durchkraftete und durchkraftende) природу. Здесь мы погружаемся в нечто, что до некоторой степени ловит нас с нашей свободной математической деятельностью и втискивает математические формулы в события; оно действительно в себе, оно является в себе чем-то, о чём мы должны себе сказать, что с математическим мы не приближаемся вполне. В отношении внутренней прозрачности математического эта вещь отстаивает свою реальную самостоятельность и своё реальное внутреннее бытие.

Этот путь, который проходишь здесь, когда просто ищешь переход от нереального математического способа мышления к реальному естественнонаучному способу мышления, определённым образом уже сегодня можно в некотором отношении обнаружить внутри самого математического. И мы видим, как он может быть обнаружен, когда мы не внешне, а внутренне рассматриваем эксперименты, созданные мышлением при переходе от одной только аналитической геометрии к проективной или синтетической геометрии, как её представляет современная наука. Я хотел бы на одном совсем простом, самом элементарном и известном примере синтетической геометрии прокомментировать то, что я подразумеваю этим высказанным положением.

Когда занимаешься синтетической, новой проективной геометрией, отличаешься от аналитического геометра тем, что аналитический геометр вычисляет с помощью математических формул, что он, следовательно, вычисляет, он считает и так далее. Как синтетический геометр используешь — я подразумеваю теперь, конечно, идеальный случай — только линию, циркуль и то, что через линию и циркуль может возникнуть в сознании как факт,

что прежде всего вытекает из наглядного созерцания. Однако спросим себя, находится ли это также в пределах наглядного созерцания”. (с. 68 и далее).

Вслед за этим Штайнер очень подробно обсуждает конфигурацию принципа пересекающихся линий (Kreuzliniensatzes) и их двойное соответствие по принципу точек пересечения проективной геометрии (рис. 2)<sup>22</sup>.

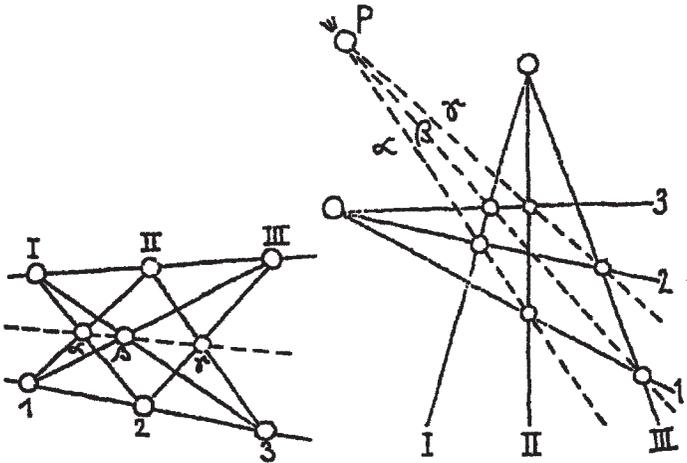


Рис. 2

Далее Штайнер обращает внимание на достижимые посредством методов синтетической геометрии внутренние различия (Differenzierung) точек и прямых по свойствам расположения ряда точек и пучков лучей, которые остаются таким образом не только какими-то абстрактными, изолированными друг от друга и внешне рассматриваемыми образами, но обнаруживаются в своём *внутреннем* многообразии. В этой связи Штайнер говорит о том, что возникает необходимость не только прямую, но и „точку мыслить не нейтрально в направлении всех сторон, но точку мыслить с неким вперёд и назад” (с. 77).

„Здесь я проделываю путь, благодаря которому из свободного формирования математического меня принуждают вступить в нечто, где объективное переходит к собственному предопределению, к некоему внутреннему бытию. Вы видите, что этот путь подобен тому, благодаря которому я перехожу от математически свободного формирования к получению этого формирования внутреннего определённого бытия внутри природного порядка. И я, переходя от аналитической к синтетической геометрии, получаю начало пути, который мне показывает математика в неорганическом естествознании.

Собственно говоря, тогда это ещё только маленький путь к чему-то другому. Можно, продолжив эти соображения, на которые я сейчас указал, прийти к внутреннему пониманию также следующего факта сознания: если прослеживаешь только с помощью проективной, синтетической геометрии, как гипербола относится к асимптоте, то в результате чисто наглядно получаешь, что по одну сторону, скажем справа вверху, асимптота приближается к ветви гиперболы, но никогда её не достигает; но всё-таки получаешь представление, что гипербола слева внизу снова возвращается с другой ветвью, и асимптота тоже слева внизу возвращается с её другой стороны. Другими словами: через это отношение асимптоты с гиперболой я получаю нечто такое, что могу нарисовать вам на доске примерно в следующем виде (рис. 3). Справа вверху асимптота, прямая линия, всё ближе приближается к гиперболе. Там я добавил штриховку, чтобы выразить, какое отношение асимптота имеет собственно к гиперболе. Она всё ближе подходит к ней, она хочет к ней приблизиться, она всё ближе и ближе входит в бытие своей связи с ней. Если же это отношение прослеживаешь справа вверху, то, в конце концов, посредством проективного мышления — я могу это здесь только обозначить — приходишь к тому, что направление линии, которую имеешь справа вверху, пусть это будет гипербола, пусть будет асимптота, обнаруживаешь, приходя снова слева внизу, ветвь гиперболы и асимптоту, и направление линии таково, что она своим бытием в за-

штрихованном обозначении всё больше и больше покидает ветвь гиперболы.

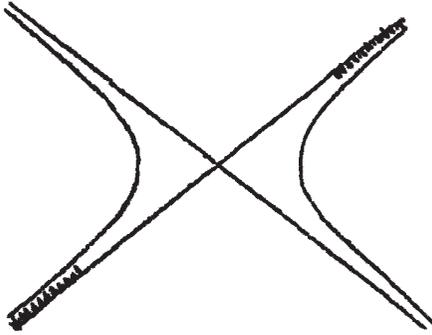


Рис. 3

Итак, мы можем сказать: эта асимптота имеет удивительное свойство. Она, поднимаясь направо вверх, своим отношением к гиперболе обращается к гиперболе; снова поднимаясь слева внизу, она своим отношением к гиперболе отворачивается от неё. Эта линия, асимптота, когда я рассматриваю её в её завершенности, в её полноте, снова имеет направление вперед и назад. Поэтому я могу также заштриховать один раз с одной стороны, а другой раз с другой стороны. Я снова прихожу к внутреннему различию линейного, как прихожу к внутреннему различию, когда втискиваю чисто математически образное в область природного свершения. Это означает, что я приближаюсь к тому, что выступает в качестве различения в природном событии, когда я хочу правильно с помощью проективной геометрии схватить сами математические образы.

Совершаемое здесь посредством проективной геометрии невозможно проделать таким же образом посредством только аналитической геометрии. Ибо чисто аналитическая геометрия, конструируя таким образом в координатах и отыскивая затем по своим расчётным уравнениям концевые точки абсцисс и ординат, остаётся с тем, что она конструирует, по своему уравнению целиком вне

кривой или вне самого изображения, образа. Проективная геометрия не останавливается вне кривой или образа, но проникает во внутреннее различие образа: до точки, у которой необходимо различать «впереди» и «сзади»; до прямой, у которой необходимо различать «впереди» и «сзади». Из-за недостатка времени я привёл только эти свойства, я мог бы привести и другие свойства, например определённое отношение кривизны, которое имеет в себе удалённые точки по трём измерениям пространства, и так далее.

Если действительно с внутренним душевным участием прослеживаешь путь, который вводит тогда из аналитической геометрии в синтетическую, если видишь, как здесь тебя, я бы сказал, захватывает нечто, уже приближающееся к реальности, как эта реальность присутствует во внешнем природном бытии, то получаешь то же самое внутреннее переживание, точно такое же внутреннее переживание, какое имеешь, когда поднимаешься к имагинативному от обычного рассудочного понятия, от обычной логики. Только в имагинативном познании необходимо идти дальше. Но начало задано, когда начинаешь переходить от аналитической геометрии к синтетической. Здесь замечаешь начавшееся возникновение того, что следует из определённости через внешнюю реальность, относительно которой получил результат, и таким же образом это замечаешь в имагинативном познании. (С. 77-80). Посмотрите: нет ли необходимости считать, что наша современная духовная наука, как она здесь выступает, хотела бы математизировать иначе, чем это делают математики, когда они математизируют только истинно в своём духе. (С. 81).

Ибо, наконец, дело ведь не в том, чтобы развивать одни только достоверные результаты. Здесь мы могли бы замкнуться в узком кругу и всё снова и снова кружиться в этом узком кругу, если бы мы хотели удерживать только «это самое верное». Но речь идёт о расширении познания. Однако к расширению нельзя прийти, если избегаешь пути из внутреннего переживания во внешнее, в дифференцированное в самом себе бытие. На этот путь не раз намекалось даже в математике и в современном математическом ес-

тествознании. Его (путь) необходимо познавать и затем действовать научно в смысле этого познания”. (С. 83).

Очередной случай, когда Штайнер детально останавливается на математическом способе мышления и его связи с антропософским методом исследования, имеет место во время курса для академиков в Гааге от 7 по 12 апреля 1922 года (GA 82). Прежде всего в докладе от 8 апреля «Место антропософии в науке» много мотивов взято из докладов от 11 января и 5 апреля 1921 года и в особенности вновь указывается на особое значение синтетической проективной геометрии (см. также доклад от 9 апреля 1922 года). Затем в ответах на вопросы от 12 апреля 1922 года упоминается доклад для математического общества университета, из которого следует исходная точка данной статьи. Соответствующее место процитировано в самом начале этой статьи.

### *Б) Систематические размышления*

Что мы можем заключить по поводу идей Рудольфа Штайнера о связи аналитической и синтетической проективной геометрий, исходя из приведённых выше фрагментов докладов? Можно обратить внимание, что по существу он идентифицирует при помощи трёх взаимно ортогональных осей, которые снабжены одинаковыми свойствами, аналитическую геометрию с аналитически-алгебраической трактовкой евклидова пространства на основе координатной системы (einer Koordinatisierung). Но уже в XIX столетии аналитическая геометрия существенно развилась дальше — через обобщённую координатную систему к топологическим и дифференцированным многообразиям вплоть до свободных от координат геометрических исчислений. Однако это развитие не касается зерна подхода Штайнера. Всякое аналитически-алгебраическое изложение геометрической структуры, как только установлено исчисление, уже гораздо меньше опирается на конкретное созерцание, должно вести к новым результатам или/и доказательст-

вам, следуя дальше только на основе правил исчисления. Для элегантности исчисления и эффективного достижения результата существенную роль играет характер исчисления (классические координаты, векторы, кватернионы и так далее). Но свою силу сохраняет факт, на который Штайнер обратил внимание во время обсуждения кривых Кассини: «Это исключительно важно заниматься выработкой представлений, которые, я бы сказал, ещё проскальзывают в такие формы кривых. Я уверен в том, что многие люди, занимающиеся математикой, хотя и приходят к таким прерывностям, но потом, по сути дела, создают представление несколько более удобное для себя, поскольку они держатся только за то, что задано формулами, но не переходят к чему-либо, что должно сопровождать формулы как действительно непрерывное представление. Я ещё ни разу не видел, чтобы в изложении математического учебного материала высоко ценили образование таких представлений». (9 января 1921, GA 323, с.222 по русскому изданию)<sup>23</sup>

Это сопровождение представлением при таких условиях облегчает исчисление, хорошо подогнанное к геометрическому объекту или процессу; однако последний смысл хорошего исчисления в каждом случае, по сути дела, является удалением, ненужной обработкой (*Überflüssigmachen*) наглядного созерцания; возвращение к созерцанию, исходя из строго соответствующей исчислению точки зрения, является непоследовательным, даже опасным, поскольку не гарантировано вычислением. С другой стороны, таким способом можно благодаря хорошему исчислению тоже прийти к результатам, которые без него (исчисления) были бы только трудно достижимы.

Методическое обучение посредством осознанного, а не механически-манипуляционного выполнения исчисления здесь не дискутируется относительно его аксиом и правил.

Что же это такое, что, судя по опыту Штайнера, особенно выделяет синтетическую проективную геометрию? Во-первых, прежде всего речь идёт не просто лишь о синтетически-конструк-

тивно-наглядном элементе. Ибо этот элемент может быть также обнаружен и в евклидовой геометрии. Хотя постановки задачи, теоремы и доказательства в евклидовой геометрии сопровождаются внутренним конструирующим созерцанием, подвижным представлением, однако благодаря этому ещё не достижимо то, чего добивается Штайнер. Ибо ориентированное по Евклиду созерцание связано с *метрическим* восприятием пространства, при котором масса не заключена в себе жёстко, как и пространство, но по всем направлениям исчезает в бесконечном. В проективной геометрии эти ограничения не имеют места: она не основывается ни на установленной метрике, ни на обычных ограничениях пространства (примерно как главная плоскость в аффинной геометрии). Она развёртывается из свободной комбинации точек, прямых и плоскостей. Поэтому синтетическая проективная геометрия в начальный период была названа, предположительно у Карла Георга Кристиана из Штаудта (1798-1867), также «геометрией положения», так как это определялось только взаимным пространственным положением основных элементов, а не их определёнными через какую-либо метрику свойствами.<sup>24</sup>

Классическая формулировка евклидовой геометрии Евклидом, как и современная формулировка Гилбертом, обозначена также в другом смысле, нежели чисто синтетическая: а именно как методический способ, который, исходя из аксиомы аргументирует чисто понятийно, не ссылаясь на созерцание и не беря за основу какое-либо заданное исчисление или какую-либо координатную систему. Итак, если речь идёт о понимании представления Штайнера о «синтетическом», то необходимо ясно различать между этой чисто понятийной связью с аксиомой и преданностью пространственному представлению или созерцанию. С одной стороны, ясное мысленное пронизание понятийных отношений образует необходимую, но не достаточную подоснову для осознанного выполнения подвижных, точных геометрических представлений фантазии. С другой стороны, понятийная ясность, однако, не выделяет синтетическую проективную геометрию перед другими областями ма-

тематики. На мой взгляд, для Штайнера здесь прежде всего был важен *синтез* этих двух деятельности: понятийного мышления и конкретного созерцания — сопровождаемого мышлением созерцания или точной фантазии. Посмотрите на чисто понятийную структуру: Так, может быть, нет никакой разницы между обсуждаемыми Штайнером двумя двойственными (или полярными) формами правила пересекающихся линий и правила точек пересечения? Разница заключена в разном наглядном исполнении одной и той же структуры.<sup>25</sup>

Когда точки, прямые линии и плоскости понимают как связку прямых/связку плоскостей, пучок плоскостей или поле прямых/точечное поле, тогда сами эти элементарные образования рассматривают как дифференцированные в себе образования. Они охватывают всё пространство и их элементы в свою очередь сами лежат в основе вполне определённого закона расположения. Следствием его является то, что сложные структуры, составленные из точек, прямых линий и плоскостей, обнаруживают многообразную согласованность этих элементов и вместе с тем имеют дифференцированную в себе «внутреннюю жизнь». Упомянутый Штайнером во многих местах пример окружности, расширяющейся в проективную прямую, и связанное с этим понимание природы проективных прямых освещает обозначенную здесь точку зрения. Этот процесс охватывает все плоскости и делает различимыми источник и конечную прямую в их многообразных отношениях.<sup>26</sup>

Это приводит нас к приведённому им примеру гиперболы (доклад от 5 апреля 1921, а также реферат рассуждений к докладу в математическом обществе в Базеле в ответах на вопросы от 12 апреля 1922). Математическая подоснова высказываний Штайнера являет особое строение проективной плоскости: речь идёт об односторонней поверхности, у которой, кажется, попадаешь на заднюю сторону поверхности только при однократном проходе через бесконечное и благодаря этому переворачиваются некоторые отношения.<sup>27</sup> Только при дальнейшем проходе через бесконечное снова достигаешь исходной ситуации. Этот факт был известен со

времени исследований Феликса Клейна в семидесятых годах XIX столетия и даже мог быть привычным для математиков, знакомых с проективной геометрией.<sup>28</sup>

Что же было непонято в высказываниях Штайнера? Я вижу прежде всего два аспекта, которым математики едва ли хотели или могли следовать. Во-первых, подчёркивание и осознанное вовлечение созерцания и, во-вторых, указание на переход от этой точной деятельности фантазии, сопровождавшейся математическими понятиями, к имагинации в смысле антропософской духовной науки. Пожалуй, вначале здесь, в докладах от 11 января и 5 апреля 1921 года, Штайнер обращает внимание на родство перехода от аналитической геометрии к синтетической с переходом от обычного чувственного опыта к имагинативному созерцанию. Если органы чувств предоставляют содержание бытия извне (то есть без собственной деятельности), то в имагинации через посредство собственной деятельности живое содержание бытия появляется изнутри (душевное переживание). До некоторой степени соответственно этому в аналитической геометрии действительное геометрическое образование, выраженное более или менее характерными формулами, схватываешь только извне, между тем как в синтетической проективной геометрии такое образование познаёшь непосредственно по представляющей деятельности в его внутренней свойственной ему дифференциации и можешь постигать его многообразные содержания в окружающем пространстве. Из приведённых мест в дальнейшем вытекает, что Штайнер определённые образования понятий проективной геометрии приписывает также конкретному отношению к реальной не доступной чувственному восприятию действительности.

Обобщая, можно представить себе по Штайнеру свойства синтетической проективной геометрии следующим образом:

- (1) Свобода от ограничений, создаваемых метрическими условиями.
- (2) Синтез понятийного мышления с внутренним, представляющим созерцанием (точная фантазия).

- (3) Синтетической проективной геометрии, принадлежащей математике, соответствует то, что как имажинация появляется вне чисто математического способа мышления.
- (4) Определённые факты синтетической проективной геометрии имеют конкретное отношение к реальной нечувственной действительности (например, замкнутость проективного пространства имеет некоторое отношение к условиям в астральном пространстве).

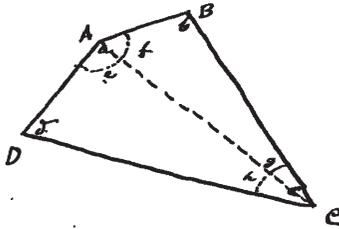
### Материалы из наследия Рудольфа Штайнера

В записных книжках, находящихся в архиве Управления наследием Рудольфа Штайнера, и в разрозненных листках с записями Штайнера, в большинстве случаев недатированных, сравнительно мало записей на математическую тему. Так, в частности, по теме доклада от 5 апреля 1921 года в записной книжке № 119 (см. с.28-39 в данной тетради) есть лишь несколько эскизов к принципу точек пересечения/принципу пересекающихся линий. В собрании несвязанных записей на листках нередко находят также следы занятий Штайнера темой проективной геометрии. Тема аналитической и синтетической геометрии находится в записях на листках №№ 2192 – 2194 и №№ 2204 – 2206. Нижеследующие воспроизведённые записи на листках по сути принадлежат к кругу темы аналитической/синтетической геометрии. К теме доклада в математическом обществе в Базеле, по моему мнению, максимально приближаются записные листки №№ 2204, 2205, 2206, содержащие только текст. См. об этом также доклад от 5 апреля 1921 (GA 76).

---

На страницах 66 – 83:

Воспроизведённые записи на листках из наследия Рудольфа Штайнера (уменьшено)



$$a \quad b \quad c \quad d$$

$$a = z + f$$

$$c = g + h$$

$$f + b + g = 180^\circ$$

$$z + d + h = 180^\circ$$

$$\underline{f + b + g + z + d + h = 360^\circ}$$

$$a + c + b + d = 360^\circ$$

Die mathematischen Waffeln sind unabhängig von Ort und Zeit, bei ihnen gibt es keine Auffassung, dass ein Fall des Gleichnisses für unendlich viele ist.

Sie ist für die erste wirkliche geistige Messung der Seele. —

Wie die vergängliche Messung vom vergänglichen Körper aufgenommen wird, so kann die unvergängliche Messung nicht von der vergänglichen Seele aufgenommen werden.

Einfall ~ Wissen. —

[417]

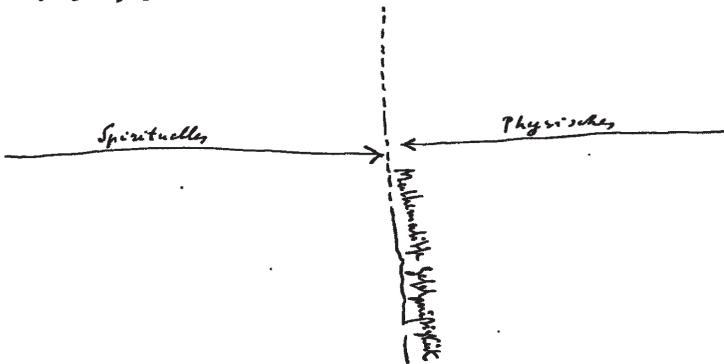
<p>Die mathematischen Wahrheiten sind unabhängig von Ort und Zeit, bei ihnen gilt am allereinfachsten, daß ein Fall das Gleichnis für unendlich viele ist.</p>	<p>Математические истины независимы от места и времени, у них имеет силу всё самое простое, чтобы подобие случилось для бесконечно многого.</p>
--	---

<p>Sie sind die erste wirklich geistige Nahrung der Seele. —</p> <p>Wie die vergängliche Nahrung vom vergänglichen Körper aufgenommen wird, so kann die unvergängliche Nahrung nur von der unvergänglichen Seele aufgenommen werden. Einsicht — Wissen. —</p>	<p>Они являются первой действительно духовной пищей души. —</p> <p>Как преходящее тело принимает преходящую пищу, так только непреходящая душа может принимать непреходящую пищу.</p> <p>Ознакомление — знание. —</p>
---	---

Sobald der Raum aus seinem Ruhezustand in den Ruhezustand  
 übergeht d.h. Formensumme, kann er für die mathematische  
 wie für Mathematik aus dem Raum ein Bild sein.

Die Mathematik ist die innere Gesetzmäßigkeit des Raumes.

Da wo Spirituelles und Physisches an der äußersten Grenze  
 zusammenstoßen, da ist diese Grenze in mathematischer Weise  
 gesetzmäßig.



[418]

Sobald der Raum aus seinem Arupa Zustand in der Rupa Zustand übergeht d.h. Formen annimmt, kann er sie nur so annehmen, wie die Mathematik uns von ihnen ein Bild giebt.

Die Mathematik ist die innere Gesetzmäßigkeit des Raumes.

Da wo Spirituelles und Physisches an der äussersten Grenze zusammentreffen, da ist diese Grenze in mathematischer Weise gesetzmäßig.

Spirituelles      Physisches  
Mathematische Gesetzmäßigkeit

[Anmerkung: Zum Verhältnis des mathematischen Denkens zum Rupa und Arupa Zustand, siehe R. Steiner, «Mathematik und Okkultismus», in Philosophie und Anthroposophie, GA 35, S. 14-6.]

Поскольку пространство из своего арупа-состояния переходит в рупа-состояние, то есть воспринимает формы, то оно может воспринимать их только так, как математика даёт (giebt) нам их образ.

Математика является внутренней закономерностью пространства.

Там, где духовное и физическое встречаются на самой внешней границе, там эта граница математически закономерна.

Духовное      Физическое  
Математическая  
закономерность

[Примечание: О связи математического мышления с состояниями рупа и арупа см. Р. Штайнер, «Математика и оккультизм», в: *Философия и антропософия*, GA 35, с. 14-6.]

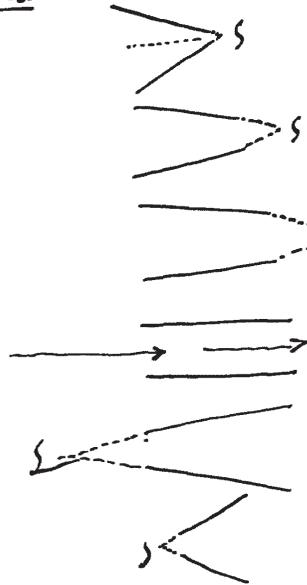
Je weniger zwei Gerade convergieren, in desto grösserer Entfernung liegt ihr Schnittpunkt.

Sehen die Geraden in ~~zwei~~ Divergirende Richtungen über, so giebt es in derselben Richtung keinen Schnittpunkt.

Bei zwei solchen Geraden

liegt der Schnittpunkt in  
unendlicher Entfernung.

Zwei Gerade, die sich in unendlicher Entfernung befinden,  
sind parallel.



Der Schnittpunkt S  
rückt durch die  
Verminderung der  
Convergenz immer  
weiter nach rechts,  
geht dann in die  
unendliche Entfernung  
über, und kommt von  
links aus der  
unendlichen Entfernung  
wieder zurück.

Also geht der Schnittpunkt durch  
den unendlich fernen Punkt rechts  
durch und kommt von links wieder

[426]

Je weniger zwei Gerade convergieren, in desto grösserer Entfernung liegt ihr Schnittpunct.

Gehen die Geraden in divergierende Richtungen über, so giebt es in derselben Richtung keinen Schnittpunct.

---

Bei zwei solchen Geraden liegt der Schnittpunct in unendlicher Entfernung.

Zwei Gerade, die sich in unendlicher Entfernung schneiden, sind parallel.

Der Schnittpunct S rückt durch die Verminderung der Convergenz immer weiter nach rechts, geht dann in die unendliche Entfernung über, und kommt von links aus der unendlichen Entfernung zurück.

Also geht der Schnittpunct durch den unendlich fernen Punct rechts durch und kommt von links wieder

Чем меньше сходятся две прямые линии, тем в большем удалении находятся их точки пересечения.

Если прямые линии переходят в расходящиеся направления, то на этом же направлении нет точек пересечения.

---

У двух таких прямых линий точка пересечения находится в бесконечном удалении.

Две прямые линии, пересекающиеся в бесконечном удалении, параллельны.

Точка пересечения S продвигается через уменьшение конвергенции всё дальше вправо, затем переходит в бесконечное удаление, и снова возвращается слева из бесконечного удаления.

Таким образом точка пересечения проходит через бесконечно удалённую точку справа и снова возвращается слева

Zusatz.

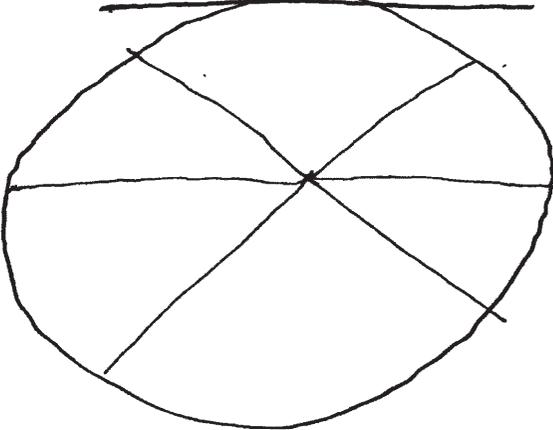
Somit ist der unendlich ferne Punkt rechts, derselbe wie der unendlich ferne Punkt links.

Dem der rechte Punkt misst mit dem linken Punkt zusammen, zusammen, wenn von dem einen ein von dem andern einfer Schnittpunkt ins wieder zurückgelegt.

Also ist der Raum in 1 geflossen.

Eine in 1 ruhende Geflossenheit ist eine Sphäre.

Der Raum ist eine Sphäre.



Die Grenze des Raumes ist ein auseinandergelegter Punkt d.h. ein zur Kugelfläche gewordener Punkt.

Mittelpunkt und Umkreis

Symbol.



[428]

zurück.

назад.

Somit ist unendlich fernen  
Punct rechts derselbe wie der  
unendliche ferne Punct links.

Итак, бесконечно удалённая  
точка справа есть та же самая,  
что и бесконечно удалённая  
точка слева.

Denn der rechte Punct muß  
mit dem linken Punct zusam-  
menfallen, wenn von dem  
einen wie von dem andern  
unser Schnittpunct uns wieder  
zurückkehrt.

Ибо правая точка должна с  
левой точкой совпадать, если  
как от одной, так и от другой  
наша точка пересечения снова  
возвращается к нам.

Also ist der Raum in sich  
geschlossen.

Итак, пространство замкнуто  
в себе.

Eine in sich Geschlossenheit ist  
eine Sphäre.

Замкнутость, покоящаяся в  
себе, есть сфера.

Der Raum ist eine Sphäre.

Пространство есть сфера.

Die Grenze des Raumes ist ein  
auseinandergelegter Punct d. h.  
ein zur Kugelfläche gewordener  
Punct.

Граница пространства есть  
некая разложенная точка, то  
есть некая ставшая сферой  
точка.

Mittelpunct und Umkreis

Центр и окружность

Symbol

Символ

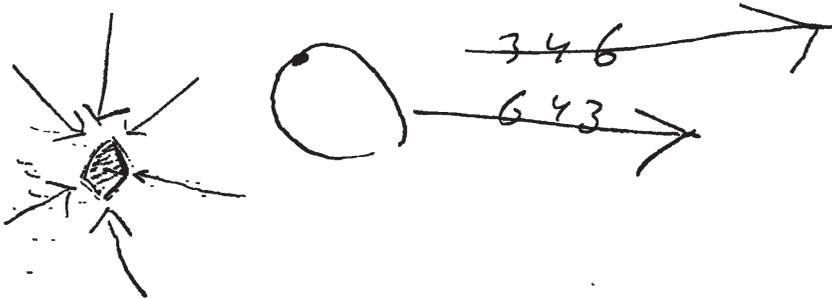
420

Sinne nay, wie Punkt und Kugelfläche eines und Dasselbe ist, das  
 eine ganz in sich. das andere ganz außen sich  $\circ$  das eine ganz  
subjectiv das andere ganz objectiv das eine nur hoffend, das  
 andere nur gehoffen; das eine mir Geist, das andere mir Hülle.

Alles übrige ist Mischung beider.

Grundlag der Geist: Verstehe die Mathesis und die verstoffte Welt.

Der Schnittpunkt ist geht immer wieder rechts  
 Er kommt von links zu recht.  
 Also ist er durch die Unendlichkeit durchgesetzt.



[429]

Sinne nach, wie Punct und  
Kugelfläche eines dasselbe ist,  
das eine ganz in sich  
das andere ganz ausser sich  
das eine ganz subjectiv  
das andere ganz objectiv  
das eine nur schaffend,  
das andere nur geschaffen,  
das eine nur Geist  
das andere nur Hülle.

Alles übrige ist Mischung  
beider.

Grundsatz der Gnosis: Verstehe  
die Mathesis und du verstehst  
Gott.

Soll Gedanke sein. Nicht  
Vorstellung

Der Schnittpunct geht immer  
weiter rechts  
Er kommt von links zurück.  
Also ist er durch die  
Unendlichkeit gegangen.

По смыслу, как точка так и  
сфера есть одно и то же,  
одно целиком в себе  
другое целиком вне себя  
одно целиком субъективно  
другое целиком объективно  
одно только творящее,  
другое только сотворённое,  
одно только дух,  
другое только оболочка.

Всё остальное есть смешение  
обоих.

Основное положение гнозиса:  
пойми матезис\* и ты поймёшь  
Бога.

Должна быть мысль, не  
представление

Точка пересечения идёт всё  
дальше вправо  
Она возвращается слева.  
Итак она прошла (gegangen)\*\*  
через бесконечность.

\* Матезис (греч.) — (по)знание (преимущественно математическое).

\*\* Так в оригинале, вероятнее всего gegangen.

Im Räume möglich Gebilde:

3 Abmessungen  
 durch 2 grade Linien keine gettlossene Figur  
 Stetigkeit

2102

Wing Dreiecks?

Geometrie

Calcul und Gebilde

# analytische Geometrie: sie baut auf die  
 3 Abmessungen; ihre  
 Gleichungen sind von außen  
 an die Gebilde heran gebracht-

Warum geht die Mathematik nicht weiter als zu Raum und Zeit?

Mathematik der Materie? ? ?

analytische Geometrie - Koordinatensystem - aus dem geom. Verfahren

Gleichungsformel einer Kurven Linie = erfüllt, was  
 an dem geom. Sachverhalt durch die  
 Zusammensetzung von Rechenarten  
 bezüglic der Zahlenverhältnisse  
 der Teile irgend gedeckt werden können -

Hilfsoperation - Ausdehnung verknüpft in den Gleichungen -

[2192]

Im Raume mögliche Gebilde:

3 Abmessungen

durch 2 grade Linien

Keine geschlossene Figur

Stetigkeit

Calcül und Gebilde

# analytische Geometrie: Sie

baut auf die 3 Abmessungen;

ihre Gleichungen sind

von außen an die Gebilde

herangebracht —

Warum geht die Mathematik  
nicht weiter als zu Raum und  
Zeit ?

Mathematik und Materie ???

analytische Geometrie —

Coordinatensystem — aus den  
geom. Methoden

Gleichungsformel einer

krummen Linie: enthält, was an  
dem geom. Sachverhalt durch

die Zusammensetzung von

Rechnungsarten bezüglich der  
Zahlenverhältnisse der Teile

irgend gedeckt werden kann —

Hilfsoperation — Ausdehnung

verschwindet in den

Gleichungen —

Возможные образования в  
пространстве:

3 измерения

через 2 прямые линии

незамкнутая фигура

Непрерывность

Выкладки и образ

# аналитическая геометрия:

она строит на трёх

измерениях; её уравнения

снаружи приближены к

образам —

Почему математика не идёт  
дальше пространства и  
времени?

Математика и материя ???

аналитическая геометрия —

система координат — из геом.  
методов

Формула уравнения изогнутой

линии: содержит то, что

может в геом. факте через

составление способов расчёта

относительно числовых

отношений частей как-либо

удовлетворяться —

Вспомогательная операция —

протяжённость скрывается в

уравнениях —

Synthetische Geometrie:

das räumliche = aufbauende Verfahren —  
 in Bestimmung der Eigenschaften der Gebilde  
 alle Geometrie synthetisch —

centrale Projection  
 projective Eigenschaften —

Kegelspitze gehören derselben centralen  
 Projection an —

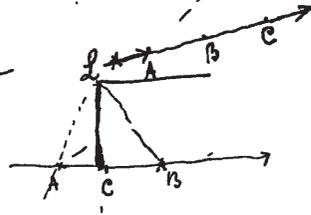
mit alle Waffseiten der Geometrie

ob das Eine gleichartig mit dem Andern?

# Bei der analytischen Behandlung ist <sup>die</sup> Curve die Form —  
 bei der synthetischen kommt nicht nur die  
 Lage der Gebilde, sondern auch die Lage der  
 andern Eigenschaften (z. B. der Krümmung in  
 Betracht) —

Punct  
 Deckung der Punkte  
 in der Richtung ihrer  
 Verbindungsgeraden

Strahl



[2193]

synthetische Geometrie:	синтетическая геометрия:
das räumlich-anschauliche	пространственно-наглядный
Verhalten — in Bestimmung der	образ действия — при опреде-
Eigenschaften der Gebilde	лении свойств образов
alle Geometrie synthetisch —	все геометрии синтетические —
centrale Projection	центральная проекция
projectivische Eigenschaften —	проективные свойства —
<u>Kegelschnitte</u> gehören derselben	<u>Конечные сечения</u> принадле-
centralen Projection an —	жат той же центральной
nicht alle Wahrheiten der	проекции —
Geometrie ob das Eine	не подобны ли друг другу все
gleichartig mit dem Andern ?	истины геометрии?

# Bei der analytischen	# При аналитическом
Behandlung ist die Curve die	изложении кривая есть
Form — bei synthetischen	форма — при синтетическом
kommt nicht nur die Lage der	изложении приходят не только
Gebilde, sondern auch die Lage	к расположению образа, но и
der andern Eigenschaften (z. B.	к состоянию других свойств
der Krümmung in Betracht) —	(например к искривлению в
	отношении) —

Punkt

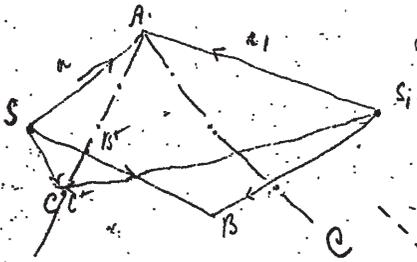
Deckung der Punkte in der  
Richtung ihrer Verbindung  
gesehen

StrahlТочка

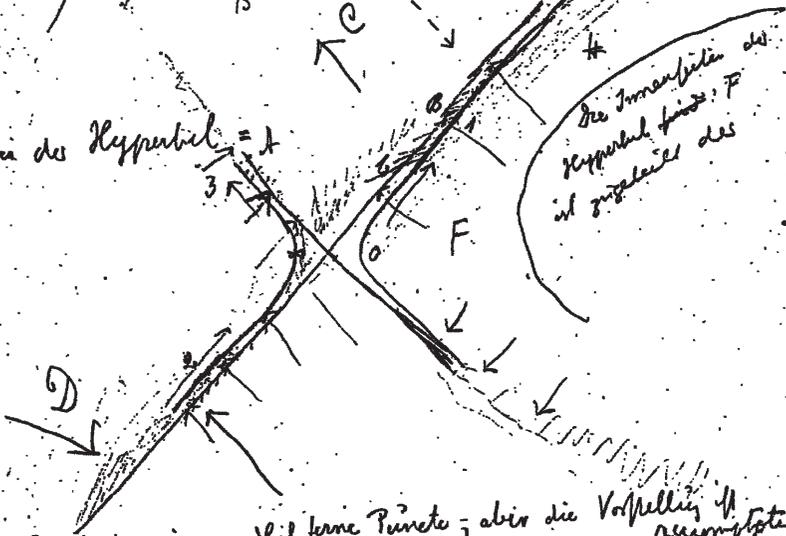
Наложение точек, увиденное  
в направлении их соединения

Луч

2194



Bei des Hyperbolic = A



Das Innenleben des Hyperbolic ist F ist zugeordnet

Es gibt zwei unendlich ferne Punkte, aber die Vollziehung ist  
 nur im vollzogenen, wenn die auf <sup>wegen</sup> ~~der~~ gefundene Hyperbolic  
 ihre andere Seite beim <sup>genügenden</sup> ~~genügenden~~ <sup>erweitert</sup> ~~erweitert~~ <sup>von D</sup>  
~~nach C beschränkt~~ ~~ist~~ ~~genügend~~ ~~dem~~ ~~anderen~~ ~~Hyperbolic~~ ~~ist~~,  
 dass diese ~~ist~~ ~~in~~ ~~der~~ ~~Mitte~~ ~~weil~~

[2194]

Bei der Hyperbel:

У гиперболы:

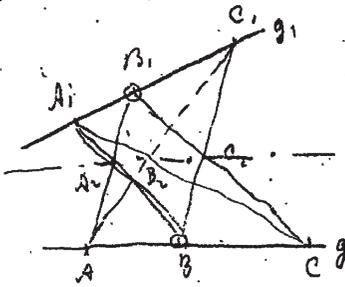
Die Innenseite der Hyperbel F  
ist zugeteilt derвнутренняя сторона гиперболы  
F выделена

Es gibt zwei unendlich ferne  
Puncte; aber die Vorstellung  
ist nur zu vollziehen, wenn  
die nach {gestrichen: oben}  
gehende {gestrichen: Hyperbel}  
Assymptote ihre andere Seit  
beim Zurückgehen enfaltet —

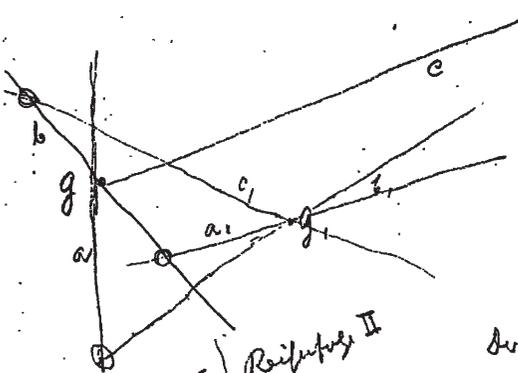
Есть две бесконечно удалён-  
ные точки; но представление  
может быть осуществлено  
только, когда в направлении  
{зачёркнуто: вверх} уходящая  
{зачёркнуто: гипербола} асим-  
птота свои другие стороны  
при возвращении развёртыва-  
ет —

von D {gestrichen: nach C liegt  
und sich zuordnet dem andern  
Hyperbelast so, dass dieser sich  
in der Mitte wendet.}

от D {зачёркнуто:  
располагается в направлении  
C и присоединяется к другой  
ветви гиперболы так, что  
последняя поворачивается в  
центре.}



Es lassen sich die Punkte  
 der Gerade verbinden,  
 die Schnittpunkte geben,  
 die in einer Geraden  
 liegen - diese Gerade  
 Punkteif kann von zwei  
 Richtungen orientiert werden -



Es schneiden sich aufeinander  
 die Geraden so, dass ihre  
 Schnittpunkte der Gerade  
 verlaufen - solche Gerade  
 geben, die sich in einem  
 Punkte schneiden.

Richtung I  
 Punkt  
 Gerade  
 Schnittpunkt  
 Gerade

Richtung II  
 Gerade  
 Punkt  
 Gerade  
 Punkt

Der Schnittpunkt verläuft sich  
 verstreuen er ist von  
 oben rechts anders als  
 von unten links.



[2195]

Es lassen sich die Punkte durch Gerade verbinden, die Schnittpunkte geben, die in Eine Geraden liegen — diese {gestr.: Gerade} Punkteihe kann von zwei Richtungen orientiert werden —

Точки соединяются посредством прямой, даны точки пересечения, располагающиеся на одиночной прямой — этот {зачёркнуто: прямая линия} ряд точек может быть ориентирован по двум направлениям —

Es schneiden sich entsprechend die Strahlen so, dass ihre Schnittpunkte durch Geraden verbunden — solche Gerade geben, die sich in einem Punkte schneiden.

Лучи соответственно пересекаются так, что точки их пересечения связаны прямой линией — даны такие прямые, которые пересекаются в одной точке.

Reihenfolge I:

Punct

Gerade

Schnittpunkt

Gerade

Последовательность I:

точка

прямая линия

точка пересечения

прямая линия

Reihenfolge II:

Gerade

Punct

Gerade

Punct

Последовательность II:

прямая линия

точка

прямая линия

точка

Der Schnittpunkt verhält sich verschieden er ist von oben rechts als von unten links

Точка пересечения ведёт себя по-разному она является сверху справа иной, нежели внизу слева

## Дальнейшие записи Рудольфа Штайнера

[2204]

1. В аналитической геометрии можно переносить координатную систему и получать изменение уравнений — геометрические образы это не затрагивает.

2. В синтетической геометрии не имеешь такого внешнего отношения к геометрическим образам. Здесь передвигаешься полностью внутри образов.

3. Когда говоришь о бесконечно удалённой точке какой-либо прямой, делаешь это на основе наглядного представления. При соответствии ряда точек пучку лучей это ещё нельзя увидеть отчётливо.

4. Это можно увидеть, когда переходишь к наглядному представлению известного отношения пучка лучей к ряду точек, которое состоит в том, что три точки на одной прямой, соответственно связанные с

[2205]

тремя точками другой прямой, дают точки пересечения, лежащие на одной прямой — и что таким же образом три луча одного пучка, пересечённые тремя лучами другого пучка, дают точки пересечения, которые, соответственно связанные прямой, дают такие прямые, которые пересекаются в одной точке. При рассмотрении с одной и другой стороны наложение точек является другим — Направление {зачёркнуто: есть} имеешь вперёд и назад. Вследствие соответствия точка тоже должна это иметь.

5. Подобное следует для гиперболы и для её асимптоты. Касание с асимптотой я могу представлять в одном направлении — возвращение с другой стороны требует, чтобы я касался сначала одной стороны асимптоты, а в другой раз — другой стороны.

[2206]

6. Здесь я приведён к разнице образов *в себе*; если я перевожу это на обозримые образы, то я получаю разницу положения между внутренним и внешним дуги окружности.

7. Вследствие этого внутреннее и внешнее пространства приводятся в область наглядности —

8. Безграничность Римана (соотношение протяжённости) и бесконечность (соотношение мер).

Пространство безгранично, но не бесконечно. —

9. Тогда это применимо к формированию человеческого тела. —

Р. С. Болл (R. S. Ball): По этой теории представляется, как будто мы пытаемся заменить обычное понятие расстояния между двумя точками через логарифм определённого двойного отношения. Но это двойное отношение включает в себя ещё представление измеренного обычным способом удаления. Каким образом можно старое понятие расстояния заменить неевклидовым понятием, когда всё-таки предполагаешь первое как раз определением последнего?

*Примечания к записям на листках № № 2204, 2205 и 2206*

К [2204] 3. и 4.: См. доклад от 5 апреля 1921 (ГА 76). Повидимому здесь Штайнер обращает внимание на свойства расположения точек в рядах точек и прямых в пучках прямых.

К [2206] 8.: См. ответы на вопросы от 7 апреля 1921 (ГА 76 и ГА 324а).

Р. С. Болл: Нижеследующий текст есть перевод из работы сэра Роберта Болла (Robert Stawell Ball) (1840-1913), астронома и основателя винтовой теории для механики жёстких тел.<sup>29</sup> Эта работа обобщает результаты исследований Болла до 1889 года. Она

начинается следующими словами, которые очевидно послужили основой написанного Штайнером текста:

“In the study of the so-called ‘Non-Euclidean Geometry’ I have often felt a difficulty which has, I know, been shared by others. In that Theory it seems as if we try to replace our ordinary notion of distance between two points by the logarithm of a certain anharmonic ratio. But this ratio itself involves the notion of distance measured in the ordinary way. Now, then, can we supersede our old notion of distance by the non-Euclidean notion, inasmuch as the very definition of the latter involves the former?”<sup>30</sup>

Это место относится к введению метрических понятий в рамки проективной геометрии. Здесь вводится длина отрезка или угол сегмента с помощью логарифма двойного отношения.<sup>31</sup> Возражение Болла о порочном круге оправдано, пока двойное отношение определяется на основе евклидовых численных определений. Феликс Клейн (1849-1925) однако уже в своих первых работах по неевклидовой геометрии<sup>32</sup> в семидесятых годах XIX столетия ссылается на то, что, исходя из К. Г. Христиана фон Штаудта, двойное отношение может вводиться также на чисто проективном основании — то есть без учёта каких-либо метрических понятий.<sup>33</sup> Однако Клейн встречает с этим, прежде всего, мало понимания: его относящиеся к этому взгляды либо игнорировались, либо недостаточно понимались. Несмотря на многие личные дискуссии с другими математиками, занимавшимися этими вопросами, он сказал по этому поводу: «У Кэли и Болла я никак не могу преодолеть подозрение, что в моих изложениях речь идёт о некоем порочном круге (вначале метрически вводятся двойные отношения и потом на них основывается метрика проективной геометрии!)».<sup>34</sup> Поскольку Клейн никогда не осуществлял дело во всех необходимых и достаточных деталях, он видел необходимость всё снова возвращаться к этому. Так в одном из сочинений примерно 1890 года<sup>35</sup> он приводит процитированное место как доказательство его непонимания, упомянув также приведённую выше работу Болла.

Как Штайнер обратил внимание на цитату Болла, установить уже нельзя. Во всяком случае, здесь мы имеем первоисточник для сказанного в ответах на вопросы от 7 апреля 1921 (ГА 76, с. 145; ГА 324а, примечание № 129): «И кто посмотрит детальнее, обнаружит, что в происхождении современной метагеометрии, по сути дела, лежит замечательный круг».

### Примечания

- 1 Рудольф Штайнер, *Вместе с тем человек становится человеком — Значение антропософии в духовной жизни современности*. Шесть докладов и два ответа на вопросы в рамках одного курса для академиков, в Гааге, 7 — 12 апреля 1922 (ГА 82).
- 2 Ганс Шмидт, *Лекционный труд Рудольфа Штайнера*, Каталог докладов, прочитанных док. Рудольфом Штайнером, высказываний, курсов и циклов. Дорнах: Философско-антропософское издательство при Гёттеануме 1950, стр. 313; второе, следующее издание 1979, стр. 349.
- 3 Для информации к истории математического семинара в университете Базеля привлекаются соответствующие документы государственного архива Базеля.
- 4-14 Данные примечания, поскольку они относятся к тексту, который не включён в настоящее издание, опущены.
- 15 См. перечень Шмидта (примечание 2), а также Кристофа Линденберга, *Рудольф Штайнер — хроника*, Штутгарт 1988.
- 16 См. примечание 3.
- 17 Ещё не опубликовано в ГА. Впервые напечатано в *Гёттеануме*, том 22 (1943); (27): 209-211, (28): 217-218, (29): 225-226, (30): 233-234, (31): 241-244.
- 18 См., например, *Мой жизненный путь* (ГА 28) и доклады от 8 апреля 1922 (ГА 82) и 16 февраля 1924 (ГА 235).
- 19 По *Рудольф Штайнер в математике: сборник цитат из полного собрания трудов* (составлено У. Килтхау и Г. Шрадер). Штутгарт: педагогическое исследовательское учреждение при союзе свободных вальдорфских школ 1994.
- 20 Ещё не опубликовано в ГА. Впервые напечатано в журнале *Gegenwart*, 14 год издания, тетрадь 2, с. 49-67.

- 21 Современное название звучит: *Наблюдение природы, эксперимент, математика и ступени познания духовного исследования* (GA 324). Dornach, Rudolf Steiner Verlag, 1991 (3 издание). Издано на русском в 2006 году издательством Титурель.
- 22 См. также L. Locher-Ernst, *Проективная геометрия*, Дорнах: Философско-антропософское издательство 1980 (2 издание), тезис 32, с. 118-121.
- 23 Подробно рассмотрение кривых Кассини в этом смысле см. Ренатус Циглер, *Математика и духовная наука* (Дорнах: Философско-антропософское издательство при Гётеануме 1992), глава XI.
- 24 K. G. Chr. von Staudt, *Геометрия положения*, Nürnberg: Bauer und Rappe 1847.
- 25 Дальнейшие уточняющие высказывания находятся в источнике примеч. 23, глава VII.
- 26 См. также Louis Locher-Ernst, *Пространство и антипространство* (Дорнах: Философско-антропософское издательство при Гётеануме, 3 издание 1988), раздел 11 и Р. Циглер, источник примеч. 23, глава III и V.
- 27 См. также Louis Locher-Ernst, *Профеномены геометрии, часть I* (Дорнах: философско-антропософское издательство при Гётеануме, 2 издание 1980), глава 4.
- 28 Феликс Клейн, «Заметки о связи поверхностей», *Математические анналы*, том 7 (1874), с. 549-557; «О связи поверхностей», *Математические анналы*, том 9 (1876), с. 476-482 = Феликс Клейн, *Собрание математических статей* (=GMA), том 2 (Berlin: Springer 1922), с. 63-77.
- 29 О винтовой теории Болла и его отношении к неевклидовой геометрии см. Р. Циглер, *История геометрической механики* (Stuttgart: Franz Steiner Verlag 1985), глава V.4 и VII.1.2.2.
- 30 P.C. Болл, «On the theory of content», *Transaction of the Royal Irish Academy*, том 29, 1889 (с. 123-182), с. 123.
- 31 См. также Феликс Клейн, *Лекции о неевклидовой геометрии* (Berlin: Springer 1928; Reprint 1968); главы IV, V, VI.
- 32 Феликс Клейн, «О так называемой неевклидовой геометрии», *Математические анналы*, том 4, 1871 (с. 573-625 = GMA 1, с.254-305), §2; «О так называемой неевклидовой геометрии (второе сочинение)», *Математические анналы*, том 6, 1873 (с. 112-145 = GMA 1, с. 311-343), второй раздел; «Дополнение ко 'второму сочинению о неевклидовой геометрии'», *Математические анналы*, том 7, 1874 (с. 531-537 = GMA 1, с. 344-350).

- 33 В современном изложении см. Луис Лохер-Эрнст, *Проективная геометрия* (Дорнах; философско-антропософское издательство при Гётеануме, 2 издание 1980), глава II.8 или Harold S. M. Coxeter, *Вещественная проективная геометрия плоскости* (München: Oldenbourg 1955), глава 11, 12.
- 34 Ф. Клейн, «Предварительные замечания к работам по основам геометрии», *ГМА*, том 1, с. 242. См. также Ф. Клейн, *Лекции о развитии математики в XIX столетии*, том 1 (Berlin: Springer 1926), с. 153-4.
- 35 Ф. Клейн, «К неевклидовой геометрии», *Математические анналы*, том 37, 1890 (с. 544-572 = *ГМА* 1, с. 353-383), раздел III. Приведённая цитата Болла находится в примечании 5 на с. 354 в *ГМА* 1. В качестве дальнейшего свидетеля распространённого непонимания в отношении его размышлений Клейн цитирует замечание Артура Кэли (1821-1895) в его *Collected Mathematical Papers*, том 2 (Cambridge University Press 1889), с. 604-6.



#### Примечание редактора русского перевода.

В русском издании исключена статья Р.Циглера «Георг Кантор и Рудольф Штайнер» в связи с тем, что тема статьи не имеет отношения к математике и к остальному содержанию тетради и тома 324а «Четвёртое измерение. Математика и действительность».

Ренатус Циглер

## РУДОЛЬФ ШТАЙНЕР И НЕЕКЛИДОВА ГЕОМЕТРИЯ

Конкретное указание личностей и тем в области неевклидовой геометрии

Под неевклидовой геометрией (НЕГ) Штайнер подразумевает чаще всего гиперболическую геометрию, порой эллиптическую, а иногда обе вместе; несколько раз используется также выражение «метагеометрия». Здесь мы добавили и рассуждения по синтетической геометрии, а также побуждения к теме антипространства. С конкретным указанием на многомерные пространства, естественно, получают некоторые дублирования. Особенно важными, на мой взгляд, являются места, обозначенные \*.

Дата	ГА; страницы (по нем.изданию)	Цитата <sup>1</sup>	Ключевые слова
24 марта 1905	324а		НЕГ, Больяй, Гаусс, Риман
21 июня 1904	35; 13-14	Z 251	Гаусс, Риман, Симони, Гайслер
17 мая 1905	324а		* противоизмерения
17 мая 1905	324а; ОВ (ответ на вопрос)		противоизмерения
7 ноября 1905	324а; ОВ		бесконечность, проективная прямая, точка-сфера
21 мая 1907	284; 69		противоизмерения
16 сент. 1907	101; 189-190	Z 320	* противоизмерения
28 июня 1908	324а; ОВ		проективная прямая, бесконечность, астральное пространство
22 апреля 1909	110, ОВ; 186-187	Z 375	проективная прямая, астральное пространство
26 августа 1910	125; 78-83	Z 402	* НЕГ, Риман, Лобачевский, Пуанкаре
20 октября 1910	60; 32-33	Z 405	НЕГ, Риман, Лобачевский, Больяй

\* По *Рудольф Штайнер о математике: Собрание цитат из полного собрания трудов* (составлено U. Kilthau и G. Schrader). Штутгарт: Место педагогических исследований при Объединении свободных вальдорфских школ 1994.

19 января 1911	60; 268-269	Z 415	проективная прямая
27 декабря 1911	134; 75	Z 431	противоизмерения
25 ноября 1912	324а, ОВ		проективная прямая, бесконечность (Риман), Симоли
26 мая 1914	Сообщения 9 (1963)9-10	Z 468	НЕГ, Риман, Лобачевский, Больяй, Пуанкаре
30 января 1917	174; 286-289	Z 511	* НЕГ, Вольфганг & Иоганн Больяй, Гаусс, Евклид
23 декабря 1919	320; 40	Z 548	универсальные силы, бесконечность
3 января 1920	320; 167-173	Z 550	* НЕГ, параллельные прямые, Евклид, Лобачевский
7 марта 1920	321; 108-111	Z 558	* отрицательная сила тяжести, отрицательное поле (Negativkörper)
11 марта 1920	324а, ОВ	Z 559	положительные/отрицательные числа: весомая/невесомая материя, цвета спектра, эфирная область
12 марта 1920	321; 182-188	Z 560	проект. прямая, цветовой спектр, бесконечность
14 марта 1920	321; 206-211		*наполнение пространства / опорожнение пространства, весомое/невесомое
27 марта 1920	73а		НЕГ, Лобачевский, Риман, Гаусс
30 марта 1920	324а		*НЕГ, аксиома, прафеномены, феноменология
31 марта 1920	324а, ОВ		эфирная область, отрицательные числа
11 апреля 1920	201; 50-51		отрицательное пространство Солнца
1 января 1921	323; 24-28	Z 600	метаморфоза трубчатой-/позвоночной кости, НЕГ
7 января 1921	323; 137-138, 142-144	Z 606, 608	подвижная система координат, качественное понимание пространства, Минковский
8 января 1921	323; 160-161		силы давления и всасывания, планеты, отрицательная гравитация
9 января 1921	323; 178-179	Z 610	проективная прямая, цветовой спектр, бесконечность
10 января 1921	323; 199-200		сдвигающие, деформирующие, периферические движения
11 января 1921	Gegenwart 14 (1952) 64-66	Z 615	*синтет. геометрия наталкивается на реальность, имагинация
14 января 1921	Gegenwart 14 (1952) 165-6	Z 621	эфир, отрицательный знак, периферическое проникание (Einstrahlen)
15 января 1921	324а, ОВ	Z 622	эфир, отрицательный знак, периферическое проникание
15 января 1921	323; 274-283	Z 624, 625	*антипространство
16 января 1921	323; 287-288		вращательные, сдвигающие, деформи-

	323; 297-300		рующие движения
	323; 300-301	Z 626	отрицательное пространство Солнца
18 января 1921	323; 318-321	Z 629	синтетическая геометрия
	323; 323		*давящая/всасывающая материя: положительн-ые/отрицательные числа
	323; 335-336	Z 630	весомое/невесомое, солнечные силы
1 марта 1921	Goetheanum 22 (1943) 210	Z 630a	проективная математика
21 марта 1921	324; 84-87	Z 642	синтетическая геометрия, медитация
5 апреля 1921	76; 63-83	Z 645	*синтетическая геометрия, имагинация
			* НЕГ, Больяй, Лежандр, Лобачевский, метагеометрия, синтет. геометрия, внутр. дифференцируемость линейного, имагинация
7 апреля 1921	76, ОВ; 141-52		* противоизмерение, Риман, Гаусс, метагеометрия, Лобачевский, бесконечность/безграничность
1 июля 1921	205; 90-1	Z 656	Гюнерай, геометрия Лобачевского, Риман
16 июля 1921	205; 224	Z 661	Гюнерай, геометрия Лобачевского
8 апреля 1922	82; 30-41	Z 680, 683	*противоизмерение, синтет. геометрия, бесконечность
9 апреля 1922	82; 52-58	Z 685	*антипространство, центробежный/периферический, бесконечность
12 апреля 1922	82, ОВ; 152-63 324a	Z 687, 688 Z 689	*антипространство, синтет. геометрия, эфирная область, имагинация, проектив. прямая, бесконечность
26 декабря 1922	326; 39-40	Z 713	НЕГ упомянуто
29 декабря 1922	324a, ОВ		проективная прямая, бесконечность
11 июля 1923	224, 101	Z 753	проективная прямая, бесконечность
16 февраля 1924	235; 25-6	Z 777	проективная прямая, бесконечность
30 марта 1924	239; 27-28		отрицательное пространство Солнца
1924/25	28; 63-4	Z 771	синтетическая геометрия, бесконечность
1925	27; 27-29		* антипространство, точка-сфера, центральный-периферический



## РУДОЛЬФ ШТАЙНЕР

### ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ НА МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТЕМЫ

В нижеследующих ответах на вопросы Рудольф Штайнер только касается математической темы в узком смысле, и поэтому они не были включены в том *Четвёртое измерение* (GA 324a). Здесь они печатаются как некое дополнение, так что теперь можно достоверно и с полной уверенностью сказать, что опубликованы все без исключения ответы на вопросы математического содержания, имеющиеся в архиве Управления наследием Рудольфа Штайнера.

*Штутгарт, 18 февраля 1913*

Ответ на вопрос после открытого доклада «Истины духовного исследования». Конспект этого доклада до сих пор не обнаружен.

#### Вопрос о вычисляющих лошадях.

Был поставлен вопрос о том, что кроется за ставшими теперь такими знаменитыми считающимися лошадьми и за выступающими с прочей мудростью лошадьми Элберфельда. Сразу замечу, что считающие и прочие выступающие лошади Элберфельда мне не известны, так как я там не был. Однако же, я был знаком с подобной лошадью господина фон Остена, с «умным Гансом», который долгое время в Берлине производил так много шума.

Я, собственно, немножко удивился тому, что интерес к «умному Гансу», по сути дела, мог так быстро умереть, хотя в то время весь Берлин действительно проявлял к нему интерес. Нынешняя недолговечность интереса здесь особенно бросается в глаза. И, кроме того, здесь можно было пережить интерес всякого рода. Прежде всего, каждый человек, который слышал об этом впервые, относился к таким вещам отрицательно, пока не решал ближе познакомиться с

фактами, ибо на самом деле имеются довольно правдоподобные сведения о том, что «умный Ганс» исполнял хорошие вещи, которые только преувеличивали. Он выполнял даже доброкачественные вычисления, извлекал корни и так далее. Он даже находил в колоде карт правильную карту и так далее. Можно сказать, что мало по малу стало невозможно отрицать, что здесь на лицо нечто особенное. Владелец обращался к чужим людям, вызывал экспертов, дрессировщиков и тому подобное. Была приглашена комиссия учёных-философов.

И вот наконец появилось сочинение, которое написал некий доктор *Пфунгст*. Это была довольно интересная вещь. После отрицания всего, что говорили присутствовавшие люди, этот филолог (*Philologe*) додумался до следующего: разумеется, «умный Ганс» в действительности считать не может, но он воспринимает влияние господина Остена или других, которые задают ему задачи. И эти влияния должны быть теперь объяснены по возможности материалистически. То, что от души к душе может действительно нечто действовать, для профессоров нынешнего времени уже не было воспринимается ибо о душах филологи современности уже совсем забыли. Что ж, господа филологи допускали однако влияния, а именно по возможности влияния материалистического рода. Они допускали, что люди осуществляют очень ловкие жесты, и что эти жесты затем переходят к животному. Например, животному задают извлечь корень из 16. Осуществляют ловкие жесты, которые выражают подразумеваемое здесь, выражают, чем является корень из 16; лошадь воспринимает эти жесты и посредством стука ноги сообщает корень из 16. Это дано вполне реалистически.

Затем прибегли к помощи истинных знатоков животных. Тогда и знатоки животных, очень хорошо разбирающиеся в тонкостях жестов, ничего не смогли извлечь из тех тонкостей, которые могли бы повлиять на животное. Люди, которые действительно понимали, как животное следует за взглядом, ничего не смогли обнаружить из таких жестов. Так что были вынуждены сказать, что использовать жесты человек может только тогда, когда он долгие годы проработал

в какой-либо физиологической или филологической лаборатории. Получили остроумное объяснение, что лишь приват-доцент, долгие годы проработавший в лаборатории, может воспринимать то, что воспринимают лошади. Но материализм был спасён. Это действительно шедевр, что отрицается всякое психическое влияние, и что теперь даже лошадь может знать то, к чему можно прийти только через многолетнюю работу в физиологической лаборатории.

К этому вопросу нужно относиться более серьёзно. То, что мне открылось, я хотел бы попытаться передать вам; но я непременно должен указать на следующее: то, что я выскажу сейчас, можно охарактеризовать только как гипотезу, поскольку оно как раз чрезвычайно сложно, разумеется, как гипотезу, правильность которой, как я полагаю, будет доказана дальнейшими оккультными исследованиями. Если дело рассматриваешь так, то оказывается, что оно действительно чрезвычайно сложно, что здесь действительно имеешь дело с явлениями в высшей степени удивительными. И я решаюсь, собственно, только выдвинуть некий род гипотезы, оккультной гипотезы по поводу данного вопроса, которую я могу себе образовать из краткого обзора (Aurecus) и которую я смог выработать, когда я видел, каким образом господин фон Остен взаимодействовал со своей лошадью. Я конечно надеюсь, что позже она будет подтверждена оккультным исследованием.

И именно здесь для меня выявляется, что математическое мышление, чисто математическое представление является несколько больше объективированным, чем собственно обычно думают; что чисто математическое представление действует, собственно, как некий род автомата, а именно: для этого математического представления основания существуют в том, что всеобщее математическое представление лежит в конституции всей Земли. Именно Земля не является тем недифференцированным существом, в качестве которого люди теоретически представляют себе Землю. Она чрезвычайно тонко разделена и действует изнутри наружу на существ, которые её населяют.

Так у человека математическое дарование преимущественно зависит от трёх каналов в среднем ухе, которые имеют дело с равновесием, и для человека существует некий род связи между этим органом в ухе и между общей, организующей спинной мозг нервной системой. То есть, если человек высказывает математическое суждение, то мы можем увидеть, что он гораздо больше, чем обычно полагают, является зрителем. Математические суждения гораздо больше выработывают сами себя, и как раз в области математики человек является скорее своего рода автоматом. Отсюда к особенностям математики и относится стремление действительно оформить всю математику как некий род автомата. В нашей системе чисел считают только до десяти, затем считают десятки и так далее. Благодаря этому всё вычисление становится внутренне автоматизированным. В числах действительно существует внутренняя закономерность, которая связана с Землёй неким родом математического автоматизма. У человека этот автоматизм действует не так сильно, потому что человек извлечён из этого автоматизма, и вступает сила суждения и подавляет весь математический автоматизм.

Так вот удивительно, как вся духовная атмосфера лошади действует здесь в «умном Гансе» таким образом, что вследствие того, что лишь слегка касаешься чего-то у этой лошади, словно затрагиваешь всю сферу Земли (... пропуск в оригинале) и благодаря другому положению своего спинного мозга по сравнению с положением спинного мозга у человека эта лошадь соперничает жизнь Земли. И, собственно говоря, в действительности теперь думает Земля; она думает посредством всего аппарата лошади. Так что реально получаешь впечатление: с одной стороны, имеешь дело с господином фон Остенном, которому не нужно вычислять отдельные задачи-установки (Rechen-Exempel), а вообще лишь слегка коснуться чего-то математического: благодаря этому он присоединяется к математическому автомату Земли, который простирается на спинной мозг лошади и последняя может теперь совершенно независимо выразить этот автомат — всецело через её душевное, а Земля есть посредница душевного. Мне никогда не случалось так сильно осознавать посред-

ничество математического автомата, как в этом случае с «умным Гансом».

Так проявляется это взаимодействие душевного господина фон Остена с душевным всей Земли. Я невольно вынужден был думать о том, что когда один телеграфный аппарат соединяют проводом с Землёй, тогда до другого аппарата нужно провести лишь один провод. Земля соучаствует в целом. Нужно только протянуть связующий провод; тогда участвующим аппаратом является здесь Земля. В механической области это действует так, что если по клавишам одного аппарата передаёшь соответствующий знак, то знак повторяется на другом аппарате. Но когда имеешь дело с тем, чем наполнена Земля, с математическим автоматом, тогда образуется некая связь, которую действительно можно назвать подземной, некий род провода между Землёй и тем, кто имеет контакт с лошадьё. Животное должно быть включено в целый аппарат Земли.

Кроме того, для сравнения следовало бы привлечь ещё то, что я мог наблюдать много лет тому назад. Я познакомился с несколькими маленькими мальчиками — по очереди, не сразу. Один из них во всех областях был довольно глупый мальи. Но он мог, когда ему давали задачу, задачу-установку, например корень из шести- или семизначного числа, решить эту задачу. Он мог перемножать большие ряды чисел. Известный профессор математики дал ему приготовленную заранее задачу: возвести в квадрат четырёхзначное число. Мальчик быстро ответил, извлёк корни из десяти- двенадцати-значных чисел. Вдруг он стал беспокойным; это невозможно — он пришёл в ярость; он ощутил себя так необычайно вставленным в этот математический автомат — профессор, возводя в квадрат, совершил ошибку.

На самом деле необходимо учитывать, что Земля является мериллом для этой духовной деятельности. И если нам удаётся достигнуть этого контакта через особые психические связи, существующие между дрессировщиком и лошадьё, которая связана с этим человеком определённой любовью, то для решения поставленной задачи размышления уже не нужны. Тогда можно поставить задачу-уста-

новку, которую лошадь имеет не в голове. Если лошади внушили только программу — этого достаточно, поскольку вся математика есть целое, поскольку в силу этого и связаны все корни. Так как всё математическое связано, то, когда дело доходит до животного, стоит что-то проявить, лишь объявить (anzuschlagen) и получится то, что объявляешь. Это покоится на связи между душой человека и душой животного; Земля соединяет. В сознании животное занимается карамелями, которые ему подают; переживая в сознательной жизни только карамельку, в подсознательном оно порождает забавные вещи. Все процессы осуществляются исключительно в подсознательных областях. Лошадь в своём сознании ничего обо всём этом не знает. У неё даже нет времени наблюдать что-то ещё в окружении от восхищения, которое она получает, непрерывно хрустя карамельками.

### *Примечание*

*Конспект:* Уже не существует.

Первая публикация: Что происходит в антропософском обществе — Сообщения для его членов, 13 издание 1936, № 23, с. 89-90.

Оскар Пфунгст, Лошадь господина фон Остена (Умный Ганс). Статья по экспериментальной психологии животного и человека. Лейпциг: Barth 1907.

*Дорнах, 6 октября 1920*

Ответ на вопрос во время дискуссии после доклада Эвгена Колиско «Свободная от гипотез химия в смысле духовной науки» (4, 5 и 6 октября 1920) во время первого «Антропософского курса высшей школы при Гётеануме» в Дорнахе с 26 сентября по 16 октября 1920 года.

### Вопрос об атомах.

Я хотел бы сказать об этом только несколько слов. Всегда необходимо обращать внимание на то, что здесь ведь неким образом нападают не на само существование атомов. Разумеется, явления приводят к обнаружению атомистической структуры в той или иной области. Речь идёт только о том, чтобы не провозглашать объяснение полного процесса или некоего всеобъемлющего факта, исходя из процессов в атомах, но имея дело с атомистической структурой, как в данном случае — речь ведь по существу всегда идёт об этом, — объяснять спецификацию вплоть до атомистических процессов в известной степени из всеобщего процесса, когда это должно быть приведено в соответствие. Нет, до этого не доходит, что кто-нибудь, пожалуй, утверждает, что мы отрицаем какое-либо существование атомов, мельчайших частиц. Но доходит до того, что, когда следует объяснить некую вещь (и не правда ли, в таком случае всегда необходимо как-то приводить к этим мельчайшим частицам, так как процесс, о котором здесь спросили, таков, что, ведя его феноменологически, получаешь [исходя из вида процесса] атомистическую структуру), всегда нужно объяснять эту атомистическую структуру, исходя из чего-либо другого, из некоего полного факта, и проследивать этот полный факт именно так рассудительно, как это только что было изложено в докладе, для жидкого состояния, для газообразного состояния. Речь едва ли идёт о том, чтобы стремиться полностью отрицать газообразные атомы, но речь идёт о том, что газообразное состояние как таковое нельзя объяснить из атомистики.

Если бы я хотел обобщить это в другом направлении, то это выглядело бы примерно так: мы вовсе не возражаем против того, что

процессы, протекающие так микроскопически, как те, которые представляются в атомистическом мире, реально существуют как таковые. Когда речь идёт об опытах природы, тогда состояние никогда не может стать таким, что при дифференциальных уравнениях просто исходишь из интегрирования и интегрируешь; наоборот, для нас существует противоположное, мы хотим не интегрировать дифференциальные уравнения, чтобы прийти к разъяснению, но дифференцировать интеграл, и дифференцированное толковать как истинный результат.

### Примечания

#### Первое издание

К странице 99: Вступительные доклады Рудольфа Штайнера с 27 сентября по 3 октября 1920 года «Границы естественного познания» опубликованы в GA 322. Остальные доклады предусмотрены для GA 73a. Многие доклады других участников появились в печатной форме в *Загадочное из искусства и науки* (антропософский курс высшей школы Свободной высшей школы для антропософской науки, Гётеанум в Дорнахе с 26 сентября по 16 октября 1920, том I и II), Штутгарт: Kommende Tag Verlag 1922 (библиотека Гётеанума), а также в: «Культура и воспитание» (Там же, том III).

См. также объявление «Антропософского курса высшей школы» с подробной программой в журнале *Dreigliederung des sozialen Organismus*, 2 издание 1920/1921, № 9. Отчёты Александра Штракоша и Гюнтера Ваксмута об этой конференции находятся в том же журнале в №№ 15, 16 и 18.

Доклады Эвгена Колиско (1893-1939, врача и учителя в первой вальдорфской школе в Штутгарте) «Свободная от гипотез химия в смысле духовной науки» опубликованы в томе I/II вышеназванного собрания: I. Способ представления антропософии и современного естествознания в его противоречии (с. 167-182); II. Природа газа как пример свободной от гипотез феноменологии (с. 183-195); III: Частные задачи химии в свободном от гипотез изложении (с. 196-217). Они дополнены «Дополнениями и примечаниями» (с. 218-230), кроме того, Колиско отмечает: «Эти примечания происходят из части два ответов на вопросы, содержащиеся в заключении курса высшей школы в Дорнахе».

*Лейпциг, 11 мая 1922*

Из ответов на вопросы по организованному «Союзом антропософской работы высшей школы» открытому докладу «Агностицизм в науке и антропософии» (ещё не опубликован; предусмотрено для GA 80).

*Вопрос Г. Шмидта:* Уважаемые дамы и господа. Я хотел бы несколько покритиковать, а скорее поставить вопросительный знак: то, что господин док. Штайнер сказал сегодня вечером о том, что каждое научное мировоззрение существует в духе дуализма, что оно является сомнительным в том, чем является непосредственно, ... необходимо дополнить. Понятно, что это другое в антропософии является сверхчувственным миром. Однако научная ценность философии проявляется для нас в том, в какой мере ей удаётся изобразить внутреннее отношение между чем-либо сверхчувственным и чувственным. Я говорю: научная ценность, а не культурная или психологическая. Едва ли платонизм, которому в этом отношении не так часто удавалось создать связь между идеей и действительностью, имел огромное культурное значение.

Итак, в антропософии док. Штайнер пытается установить отношение между сверхчувственным и чувственным, соответственно он пытается дать необходимый переход от непосредственного чувственного мира к сверхчувственному, или, глядя на субъективное, от эмпирического познания и рационального — я буду говорить коротко — научного познания, пожалуй, к сверхнаучному. Для этого он использовал антропософию. Я ссылаюсь только на доклад господина док. Штайнера, а именно на первую часть, для второй — моих сил явно недостаточно.

Антропософия опирается на аналогию с математикой. Господин док. Штайнер излагает, как мы проецируем математику на природу. Это, как известно, было уже установлено в греческой науке и фактически идеал математического естествознания состоит, по крайней мере, в том, чтобы именно математику, как говорили в античности,

перематематизировать (vermathematisieren). Но в каком смысле вообще об этом может идти речь? Проблема именно в этом.

Едва ли окружность, которую математик чертит на доске, чтобы продемонстрировать на ней свои геометрические теоремы, является его представлением. К [начерченной] окружности он как человек ни в малейшей степени не имеет отношения — как математик он, пожалуй, имеет ещё меньшее отношение, чем человек, когда он использует свои оба глаза, чтобы воспринять окружность. Понятие окружности, с которым математик, вероятно, всё-таки имеет дело, в действительности вообще не представляемо, оно никогда не является вещью чувственного мира. Понятие окружности есть гораздо более общее.

Но теперь ведь именно антропософия использует нечто лично реальное, которое она стремится, конечно, проецировать на природу. Общее, которое я, так сказать, имею в математической голове, в действительности не существует. Таким образом, если сверхчувственный мир следует обосновывать чувственным миром так, что можно заключать об объекте по субъекту, то это никогда не может происходить таким образом, что по способу математики субъективные представления проецируются именно на природу. Для этого, по моему мнению, именно аналогии математики не состоятельны. Ибо математика имеет дело с понятийными вещами, которые как таковые никогда не имеют места в действительности. Это, по-моему, является возражением против антропософии вообще. Но с другой стороны именно сегодняшний доклад подчёркивает реальность сверхчувственных вещей.

Итак, в чём мой вопрос: я не могу понять, каким образом здесь должна служить математика для разъяснения связи между чувственным и сверхчувственным. Главное значение в докладе видимо придаётся тому, что личное переживание, личное возбуждение, совокупное личное переживание в мышлении должно быть активно также. Но тут у каждого должно сразу же возникнуть сомнение. Именно личное, индивидуальное лишено необходимости. То, что я лично представляю себе, — да тут каждый может мне сказать, что это твоя фантазия, это твоё представление, к которому я не имею

отношения. Это, по-моему, вообще является возражением против антропософии.

Кроме того, о чём ещё в особенности я хочу спросить господина док. Штайнера: Чем у господина док. Штайнера определяется в особенности то, что исходной точкой для высшего познания является моральная интуиция — и именно это место в докладе вызвало симпатию и было захватывающим даже для его оппонента. Антропософии достаточно одного сверхчувственного, чтобы извлекать из него моральные принципы, то есть она получает эту производную благодаря тому, что созерцает сверхчувственное. У меня это абсолютно не укладывается в голове. Если однажды предположить, что даны сверхчувственные познавательные способности или скорее такие, которых мы, обычные смертные, ещё не имеем, и стало бы возможным с этими высшими познавательными способностями теперь фактически созерцать сверхчувственное, сверхчувственное как существующее, то как я могу из этого увидеть, что я должен делать? Из того, что существует, никогда нельзя произвести то, что я должен сделать. Из сферы существования никогда не навести мост в сферу должествования.

*Председательствующий В. Биркигт:* Так как пока нет никаких дальнейших сообщений, я прошу господина док. Штайнера ответить на этот вопрос.

Мои глубоко уважаемые присутствующие, прежде всего я хотел бы сказать следующее: вся природа рассуждений, проделанных мной сегодня вечером, запрещает мне в том месте, где я говорю о математике, говорить об аналогии, и я прошу вас точно припомнить, что я не использовал слово «аналогия». И это не случайно, а вполне осознанно. Кроме того, я не мог использовать слово «аналогия», потому что речь шла вовсе не об аналогии с математикой, но было применено математическое мышление, чтобы прийти к некой характеристике внутреннего переживания достоверности, и тем временем я в математизировании пытался выяснить, как в математике приходишь к

некоему внутреннему переживанию достоверности; я пытался показать, как именно эту степень достоверности можно приобрести также в совсем другой области, пытаясь прийти к достоверности тем же самым способом.

Итак, речь идёт не об аналогии с математикой, а о том, чтобы привести два вида реальных душевных переживаний, которые невозможно сравнивать друг с другом иначе, кроме как указанием на достижение внутренней достоверности.

Следовательно, мои глубоко уважаемые присутствующие, высказанное уважаемым предыдущим оратором не имеет какой-либо привязки к моему докладу. Ибо я в данном случае не мог использовать слово «аналогия». Я его избегал, поскольку оно тут не подходит.

Далее было сказано, что я говорил о пристрастии отдельного математика. Этого я также не мог сделать, поскольку я просто знаю, приблизившись к природе математического переживания, как она вышkolена у того, кто посвящён в математику. Как вообще можно додуматься до того, чтобы говорить о каком-либо личном вмешательстве в математику — это мне непонятно. Зато, я хотел бы заметить следующее: когда говорится об окружности, которую я начертил на доске, то прекрасно видно, что к этой окружности внутреннее понятие окружности не имеет абсолютно никакого отношения. Разумеется, это я также не буду утверждать, поскольку мне не приходит на ум утверждать, что внутреннее понятие окружности происходит из мела. Я полагаю, что истина, которая этим высказывается, не очень глубокая.

Но если от абстрактного мышления приходишь к реальному мышлению, то должен сказать себе следующее: допустим однажды то, что мы внутри сконструировали математически. Ведь мы конструируем и математически, например теорему, что, если на некой окружности я провожу, скажем, радиус, если затем от одной точки радиуса по периферии я провожу другую линию, к другой точке, то угол является прямым углом. Это мне совсем не надо чертить на доске. Обнаруженное мной здесь, что на окружности угол является прямым —

это чисто внутреннее переживание. Мне не нужно здесь использовать окружность.

*Реплика:* Это неправда. Только если Вы также и созерцали, вы можете впоследствии конструировать.

Но всё-таки то, что я снаружи черчу на доске, несомненно, является только внешним вспомогательным средством. Для того, кто умеет думать математически, совершенно исключено, что если речь идёт даже о самых сложных математических истинах, то он не в состоянии конструировать их даже чисто во внутреннем переживании. Об этом не может быть и речи. Даже если я был вынужден начертить их с помощью мела, это всё ещё не будет иметь никакого значения по той простой причине, что то, что составляет физическое значение теоремы, ведь должно быть наглядным на рисунке, но всё же не может быть на нём решённым. Если с помощью рисунка на доске я делаю для себя наглядным то, что угол является прямым, то благодаря этому наглядному изображению для внутреннего значения теоремы это ещё не является чем-то решающим.

И это очень важно. Суть такова, что не может быть и речи о том, что я пользуюсь только рисунком на доске. Но даже если я его использовал, то это совершенно несущественно для того, что я сказал о природе математизирования — не [о природе] решения отдельной проблемы, но я сказал — математизирования.

Но постигая вещи таким образом, мы в таком случае должны всё-таки сказать, что то, от чего это к тому же зависит, находится совсем в другой области чем то, что было приведено здесь, ибо, когда мы рассматриваем математизирование, то просто приводимся к тому, чтобы сказать себе, что мы переживаем внутренние истины.

Я ведь даже не сказал, что в математическом мы уже переживаем реальность. Поэтому совершенно не существенно возражение, что математическое как таковое не содержит реальности. Однако в формальном непременно содержатся истины, то есть, это может быть даже пережито. Пусть накопленный опыт, через который прихо-

дишь к истине и через который приходишь к научным выводам, находится в самом математическом и не имеет пока ещё никакой реальности, но когда это математическое переживание переносится теперь совсем в другую область, именно в ту область, которая теперь в реальной душевной жизни принимает характер точности (тут ведь возникает характер точности, переживаемый вначале в математически формальном), который переносится в реальное. Благодаря этому для меня становится оправданным переносить в реальность то, что для математики ценится лишь как формальное.

Я, прежде всего, показал, как изнутри приходишь к истинам, которые мы переносим, разумеется лишь внешним образом, кажется как нереальность, на наблюдение, эксперимент, или которыми пролетаем эксперимент. А потом я показал, как этот формальный характер превращается в реальный. Но и тогда это всё ещё не является внешне таким убедительным: то, что является математическим, живёт только во мне; понятие живёт только во мне, оно не живёт снаружи в реальности; математически узнанное, математически проработанное как таковое не имеет отношения к реальности. Итак, живёт ли понятие окружности действительно только во мне?

Допустите, что я не рисую на доске окружность, а здесь находятся два моих пальца. Я держу в них шнур с этим предметом и вращаю его, так что эта пулька движется по окружности. Тот закон, который я узнаю теперь для этого движения благодаря тому, что я осознаю математически, не имеет ли он дело с реальностью? Ведь я непрерывно продвигаюсь так, что именно благодаря математике устанавливаю образ действия в реальном. Когда я перехожу к индукции [и потом] к дедукции, тогда уже я продвигаюсь так, что то, что вначале я определил через индукцию, я продолжаю разрабатывать с помощью математики.

Когда последний член эмпирической индукции я ввожу в математическую формулу, тогда я ещё рассчитываю на то, что я развиваю математически через дедукцию, соответствует реальности. Ведь благодаря только этому математическое и продуктивно для реальности,

а никак не через такие философские толкования, как они теперь были доложены.

Продуктивность видна просто в том, что, скажем, кто-то говорит, что здесь относительно вычисленного у него существуют неправильности, [которые] мы видим, и поэтому он вводит в вычисление другие величины и на чисто математическом пути приходит сперва к предположению реальности, и затем реальность является — она здесь есть. Продолжив свой эмпирический путь теперь чисто математически, я здесь также показал применимость внутренне пережитого во внешнем мире. По крайней мере, я это учитываю, и если бы можно было не считаться с тем, что продолжается то реальное событие, которое до определённого момента ты проследил в реальности, в созерцании, в наглядной реальности, в чувственно-наглядной реальности, и которое продолжается в вычислении, то вообще не существовало бы того, что я как раз подразумевал, того, что чувствуешь себя в математике удовлетворённым. Дело в том, что понятия принимаешь серьёзно, [так] как они согласованы друг с другом.

Что я говорил о моральной интуиции? Итак, мои уважаемые присутствующие, вспомните: в докладе я сказал, что интуиция, которую я представил как третью ступень сверхчувственного познания, появляется в последнюю очередь. Сверхчувственная интуиция, моральная интуиция — она, однако, возникает уже для обычного сознания. Она пока единственное, что для сознания, продвинувшегося вперёд до нашей ступени, возникает из сверхчувственного мира. Моральная интуиция просто является интуицией, спроецированной вниз из высшей ступени на нашу ступень познания. Это в докладе я ясно показал. Поэтому я и говорил об этой моральной интуиции вначале, не потом. Я назвал её исходной точкой. Её учишься распознавать, и если правильно её понял, то имеешь определённую субъективную предпосылку понять и другое, что потом вскоре приходит.

Затем, переживая моральную интуицию, переживаешь нечто, что имеет другую реальность по сравнению с тем, что обыкновенно существует реально, — это есть заданная реальность (Soll-Realität). Еслиходишь в то, о чём я сказал, то разница существования и

долженствования (des Seins und des Sollens) объясняется просто тем, что моральная интуиция вдвигается в сферу нашего обычного сознания, между тем как другая интуиция не является проецируемой вниз, но может быть только достигнута.

Речь вовсе не шла о том, что моральная интуиция якобы является также только частным случаем процесса познания общей интуиции, но наоборот, она есть первый случай, когда нам в обычное сознание, в современное состояние сознания через исследование вступает нечто интуитивно.

Итак, речь идёт о том, что понятия, которые здесь разрабатываются для антропософии, понимаешь как раз совершенно точно. Я стремился дать импульсы. Я вполне понимаю, что эти возражения возможны, потому что конечно не всё можно разъяснить таким образом, ибо я предполагаю, что в душах присутствующих существует ещё много сомнений и тому подобного. Но представьте себе, как долго продолжался бы мой доклад, если бы я уже в докладе устранил бы все те сомнения, которые я пытался сейчас неким образом устранить. Это надо принимать во внимание уже в первом ориентирующем докладе, и не только в антропософии, но во всех областях. Дело сегодня в этом. Я отнюдь не даю ничего завершающего. И необходимо сказать, что до сих пор я признавал, что многие люди ведь совершенно не хотят входить в антропософию, и что лучшими знатоками того, чем является антропософия, часто были не те, кто сразу же свалился на неё с налёта, но что лучшими работниками в антропософии стали те, кто как раз прошёл через горькие сомнения.

Поэтому то, что я вновь повторил в ответе с определённой остротой, не поймите так, как если бы это подразумевалось исполненным неприязни; я, собственно говоря, радуюсь всякому возражению, ибо только проходя через этот подводный камень возражения, входишь собственно в антропософию. И я всегда получал большое удовлетворение от тех, кто входил через подводные камни отклонения, сомнения, нежели от тех, кто входил с налёта на всех парусах.

## *Примечания*

### *Первая публикация.*

К странице 101: Г. Шмидт: точно не определено.

К страницам 101-102: Антропософия опирается на аналогию с математикой: Соответствующий пассаж из доклада звучит:

„Мы занимаемся сегодня естествознанием, осознавая, что мы соединяем то, что разучаем в пространстве и во времени посредством наблюдения и эксперимента, с тем, что нам позволяет познавать математика посредством чисто внутреннего наглядного представления; и именно благодаря этому мы по той научной уверенности, на которую способны, осознаём нечто, что как математическое настолько является человеческим внутренним познанием, человеческим внутренним переживанием, что мы определённым образом переплетаем его с тем, что дают нам наблюдение и эксперимент. Охватывая то, что приходит к нам извне, математической уверенностью, которая нам дана в чисто внутреннем переживании, мы ощущаем, что с этим внешним фактом мы в процессе познания находимся в некоей связи, которая нам достаточна для переживания научной достоверности.

И таким образом мы всё больше и больше приходим к тому, чтобы, исходя именно из естественнонаучных предпосылок, видеть точность научного в том, что совершаемое нами в научной работе математически для нас оправданно.

Почему мы это делаем? Причина этого, мои глубоко уважаемые присутствующие, мои уважаемые сокурсники, заключается, собственно, уже в том, о чём я как раз сказал: причина в том, что мы, занимаясь математикой, приведены в действие исключительно переживанием нашего собственного душевного, что мы всецело остаёмся в себе.

Я полагаю, что те, которые в частности посвящали себя математическим исследованиям, позволят мне сказать: в отношении внутреннего переживания математическое, математические действия есть нечто, что может давать тому, кто занимается этим, я бы сказал, из внутренней способности и склонности, из внутреннего энтузиазма, гораздо больше удовлетворения, чем всё остальное познание внешнего мира, просто по той причине, что шаг за шагом являешься взаимосвязанным с тем, что получаешь как научный результат; и если

затем ты в состоянии то, что предстаёт тебе извне, связать с тем, основательное построение чего тебе знакомо, чьё основательное построение проделал сам, то именно в том, что, в конце концов, научно появляется из тесно связанного существования внешне данного факта и математически выработанного — в этом ощущаешь то, что можешь рассматривать как опирающееся на надёжное основание”. (№ 4835, конспект с. 7-8).

*К странице 103: Моральные интуиции:* Соответствующий пассаж в докладе звучит: „Однако, именно как внутри активного духовного процесса математическое вырабатывается в чистом познании и всё-таки оказывается обоснованным внутри объективности, так и то, что является содержанием моральных импульсов, можно схватить в чистом духовном созерцании — не только в убеждении, но схватить в чисто духовном созерцании, и поэтому необходимо, как это случилось у меня в моей ‘Философии свободы’, сказать: наука о нравственности должна основываться на моральной интуиции; и я тогда высказал следующее: Мы приходим к истинному моральному созерцанию в современном стиле только благодаря тому, что говорим себе: так же, как мы извлекаем из общей природы отдельные природные феномены, мы должны из созерцаемого духовного мира, из сверхчувственного духовного мира выгаскивать только духовно увиденные, но поэтому всё-таки схваченные объективно, совсем независимо от нас, моральные принципы.

Итак, вначале я говорил о моральной интуиции. Но вместе с тем процесс познания вывел на определённый путь, процесс познания именно потому, что он стремится оставаться с одной стороны чисто естественнонаучным, вынудил сверх того к подъёму души, и этот подъём заходит так далеко, что возникает реальная возможность созерцания духовного мира”. (№ 4835, конспект с. 17-18).

*Вальтер Биркигт (1896-1968),*

обучение и получение учёной степени в 1924 году по теоретической экономике. Побудил Рудольфа Штайнера в 1922 году к проведению курса по теоретической экономике (GA 340 и 341).



*Предисловие: Следующие записки Матильды Шолль (1868-1941) о четвёртом измерении находятся по содержанию в тесной связи с докладами Рудольфа Штайнера 1905 года по проблеме четвёртого измерения (GA 324a). Предположительно в них включены также объединённые указания Штайнера из частных встреч и бесед. Восходит ли к Штайнеру также расширение рассмотрения измерений до седьмого, восьмого, девятого и десятого измерений, не установлено. Насколько я знаю, в переданном лекционном труде Штайнера нет никаких соответствующих параллелей. — О сопутствующих обстоятельствах возникновения этих записок смотри Эккехарда Мефферта, Матильда Шолль (Дорнах: Philosophisch-Anthropo-sophischer Verlag am Goetheanum 1991; Пионеры антропософии, том IX), глава: «Новое пробуждение мистического математизирования (1904/1905)», с. 130-142, «Воспоминания о док. Р.Штайнере», с. 404, а также «Математически-геометрическое исследование, введение», с. 511-516. — Обширный очерк Матильды Шолль о четвёртом измерении находится в названной книге с. 534-554.*



Матильда Шолль

## О ЧЕТВЁРТОМ ИЗМЕРЕНИИ

*Ландин, 21 августа 1906*

Мы не можем смешивать пространство и время. В пространстве можно распознать только три измерения. Это суть три измерения возникшего, существующего, то есть, они представляют собой то, что находится в настоящее время перед глазами как силуэт, контур пересекающихся сил из прошлого и будущего. Но к этому всегда можно использовать выражение «всё течёт». От этого ничего не остаётся, но всё находится в непрерывном изменении. Три пространственных измерения являются только средством провести перед глазами отдельные моменты развития как некую панораму, чтобы мы могли распознавать как трёхмерных, чётко выраженных в пространстве существ, так и другие процессы в их трёхмерной

образности. Это необходимо, чтобы человек учился распознавать сам себя как особое существо в мире. Иначе он никогда бы не пришёл к объективному познанию окружающего мира и всегда ощущал бы его *в себе* только субъективно.

В нас и вокруг нас мы имеем также все другие измерения. Другие измерения нельзя искать в пространстве. Но пространство, три измерения, покоится на других измерениях. Другие измерения содержат в себе три измерения пространства, но не разграничены ими так же, как и вода может содержать плавающие куски льда, но не разграничена ими, или как воздух может содержать более плотные субстанции, но не быть ими разграниченным.

Измерение, в котором мы *живём*, которое вообще в настоящее время обуславливает наше развитие, наш рост, есть время. Каждый момент нашей жизни есть движение через это четвёртое измерение — время. Время охватывает всё пространственное. То, что не является живым, имеет только три измерения; оно не переходит в четвёртое измерение, во время. Но всё живое живёт во времени. Жить — это значит переходить во время, в четвёртое измерение. Тот факт, что сегодня физически мы являемся другими, чем вчера, возможен только благодаря четвёртому измерению. В пределах трёх измерений не могут происходить изменения роста. Они только появляются в трёх измерениях как силуэты изменения во времени.

Пятое измерение охватывает также ещё и четвёртое; оно является ощущением; ощущение превышает пространство и время. То, что связывает нас с другими существами — это и есть пятое измерение. Ощущение содержит в себе пространство и время и не ограничено пространством и временем. Каждое более высокое измерение делает нас независимыми от стоящих ниже измерений, поскольку в более высоких измерениях мы овладеваем стоящими ниже. Второе измерение есть превышение первого измерения; третье измерение есть превышение второго измерения, продвижение вперёд к независимости. Четвёртое измерение есть превышение третьего измерения, независимо продолжающееся становление. Ибо время делает нас независимыми от пространства. Того, что мы не можем привязать к пространству, мы можем достичь в четвёр-

том измерении, во времени. Время делает для нас возможным подняться над измерением пространства. Так ощущение, пятое измерение, делает возможным для нас подняться над временем; благодаря ощущению мы становимся независимыми от времени. Так же самосознание, шестое измерение, делает нас независимыми от ощущения. Шестое измерение, самосознание, является тем, из которого мы овладеваем и ощущением, пятым измерением. Самосознанием мы охватываем также пятое измерение, ощущение. Наше ощущение может покоиться в самосознании, пятое измерение — в шестом. Так время покоится в ощущении, четвёртое измерение — в пятом; а пространство покоится во времени, третье измерение — в четвёртом; поверхность покоится на теле, второе измерение — на третьем; линия покоится на поверхности, первое измерение — на втором. Шестое измерение, самосознание, переходит к более высоким измерениям. Преодоление самосознания находится в седьмом измерении, в том, что превышает самосознание. В седьмом измерении начинает жить чела (*der Chela*), который через самосознание проникает в высшие миры. Седьмое измерение есть осознанное жертвование себя миру. В этом осознанном жертвовании заключено седьмое измерение. Восьмое измерение — это осознанное растворение в окружающем мире; девятое измерение — это осознанное созидание в окружающем мире.

Измерения 1 — 3 являются неживыми (*Unlebendigen*);

Измерения 4 — 6 являются живыми, но пассивными;

Измерения 7 — 9 являются созидателями.

Только через третье измерение есть некое разделение. Третье измерение — это измерение особенности. Через преодоление третьего измерения мы выходим из особенности в общность. Существа с помощью высших измерений и с помощью первого и второго измерений не привязаны к особенности, но могут преодолевать пространство. Вообще пространство есть третье измерение. Существа могут иметь некоторые измерения, не имеющие никакого отношения к третьему пространственному измерению. Существа, имеющие первое и второе измерения и четвёртое (время), и пятое

(ощущение), независимы от третьего пространственного измерения. В астральном мире мы также независимы от третьего измерения пространства. Зато мы имеем здесь время как панораму позади нас и перед нами. Как мы созерцаем здесь в пространстве, мы можем созерцать и в астральном, в четвёртом измерении, во времени. Время здесь перед нами лежит развёрнутым. Прошлое и будущее окружают нас, как здесь в пространстве — панорама. Таким образом, взгляд назад в прошлое или взгляд в будущее обусловлены способностью сознательного вступления в четвёртое измерение или сознательного схватывания развёрнутой там перед нами панорамы времени.

Точка не имеет протяжённости. То, что не имеющее протяжённости получает некую протяжённость, обусловлено первым измерением; благодаря этому точка становится линией. То, что линия может передвигаться, обусловлено вторым измерением; благодаря этому она становится поверхностью; то, что поверхность может передвигаться обусловлено третьим измерением; через третье измерение всё имеющееся становится телесным, остановленным. Когда Дух Божий парил над водами, ещё ничего не вошло в третье измерение, ещё ничто телесно не было остановлено. Другие измерения здесь были, но третьего измерения пространства не было. Оно означало великий застой жизненных течений на Земле. Благодаря этому возникло телесное, разделение, особенность, выделение отдельных вещей из общности, становление твёрдым, выкристаллизовывание. Особенность есть символ того, чем человек должен заниматься в духовном. Как из хаоса мира, из вперемешку текущих течений в мире выкристаллизовался космос и проявился в третьем измерении, оформившись наружу, благодаря чему в протекающем мировом море возникло твёрдое, остановленное, благодаря чему в хаос пришёл ритм, так и человек должен духовно формировать наружу некий космос из своих текущих в нём сил. Он должен в своём самосознании прежде всего найти твёрдую точку, континент, на котором он может стоять, и затем там упорядочить вокруг, ритмически оформить все силы, существующие в нём. Материал для этого микрокосма ему дан, но он сам должен обрабатывать

этот материал, строить из него храм, в котором царит божественное. Так же, как силы в природе через взаимодействия, путём пересечения вызывают застой, однако и формирование, так и человек из высших и низших сил, льющихся навстречу и скапливающихся, должен сформировать, выкристаллизовать нечто твёрдое, непреходящее — построить храм. Если он этого достиг, то он сам может, исходя из этого упорядоченного гармоничного целого, творчески действовать в мире. Тогда он властелин в этом микрокосме. Тогда силы уже не понуждают его, но он является движущим, созидателем нового. Тогда он управляет всеми измерениями. Они в таком случае для него только направления, вдоль которых он отправляет свои силы в мир. Духовный рост превышает все измерения; он господствует и преодолевает все измерения; для него не установлены границы ни пространством, ни во времени, ни ощущением.

Третье измерение имеет большое значение в развитии мира и в развитии индивидуальности человека. Но оно должно быть преодолено. Через преодоление третьего измерения человек становится свободным. Вступление в третье измерение означает застой; но застой является также сплочением сил, укреплением, прикреплением к устойчивой точке, единственной возможностью для человека научиться прочно стоять. Но только человеку нельзя оставаться в застое, в третьем измерении, необходимо снова сверх этого сознательно перерасти этот застой, чтобы накопленные силы смогли свободно развернуться. Затвердевшее снова должно стать пластичным, текучим. Когда человек сам себя освобождает из застоя и освобождает свои собственные силы, тогда он может освободить от застоя и всю остальную природу. Это освобождение минерального царства и перевод природы в растительное царство, перевод из застоя третьего измерения в жизнь четвертого измерения. Тогда присутствует также ещё всё то, что находится здесь, но живя в четвертом измерении, преодолев третье измерение. И тогда мы созерцаем не ставшее, а возникающее вокруг нас. Всё, находящееся во времени, в таком случае выявляется для нас. Кроме того, перед нашим взором развёртываются условия жизни. В то время как сейчас вся

жизнь находится скрытой за завесой (майей) ставшего, потом мы будем охватывать саму жизнь.

Как второе измерение делает возможным движение первого измерения, третье измерение — движение второго, так четвёртое измерение делает возможным движение трёхмерного тела. И далее ощущение способствует движению времени (четвёртого измерения), и самосознание даёт возможность движения ощущению. Или можно сказать: первое измерение движется во втором, второе измерение — в третьем, третье измерение — во времени, время движется в ощущении и ощущение — в самосознании. Или как второе измерение фиксируют первым, так третье фиксируется вторым, четвёртое — третьим; так время фиксируется пространством, ощущение — временем, а самосознание — ощущением. С одной стороны, мы исходим из основания, с другой стороны — из действия; с одной стороны — из узкого, ограниченного, зависимого, с другой стороны — из широкого, преодолевающего границы, независимого.

Человек должен был всецело спуститься в узкое, ограниченное, в зависимость, чтобы через это ограничение собрать для себя силы из окружающего мира ради своей собственной сферы, чтобы стать индивидуумом, а теперь он должен снова преодолеть границы и вернуть в мир силы, которые он собрал. И именно в этом возвращении состоит теперь его духовный рост. В той мере, в какой он даёт, он духовно усиливается, ибо духовно отдаёшь не сам себе, но духовное отдавание означает, что сам также вырастаешь настолько, насколько отдаёшь себя. Если я отдаю что-либо физически, то я остаюсь там, где я есть, а отданное в таком случае уже не является моей собственностью. Если же я отдаю что-либо духовно, то я иду с отданным. Если духовно я всё сохраняю для себя, то пребываю в застое, не расту; если я отдаю духовно, то расширяю сам себя в той мере, в какой отдаю. Духовное отдавание есть созидание самого себя. Всё, что человек отдаёт духовно в окружающий мир, есть и остаётся он сам. Следовательно, кто достигает того, чтобы всего себя отдавать духовно в остальной мир, как это совершил Христос, тот сам превратится (перерастёт) всецело в остальной мир. — Это означает, что это незамкнутое бытие раскрывается в окружающий

мир духовных существ. Благодаря этому внутренний свет излучается в окружающий мир. Существо, не живущее в застое, не замкнутое в третьем измерении, излучает глубины своей души в окружающий мир; благодаря этому оно светит в окружающий мир. Кто живёт в застое, в эгоизме, не может излучать и быть сияющим; это может только самоотверженно отдающий себя. Кто замыкается, не имеет собственного света. Тому свет нужен снаружи, чтобы в своей замкнутости воспринимать окружающий мир. Кто не замыкается, из его души излучается собственный свет; он озаряет окружающий мир.

*Ландин, [23 или] 25 августа 1906*

Платон называет явления в физическом мире теневыми образами, силуэтами высшего мира. Чтобы понять это, мы должны одухотворить представления физического мира, пространства. Образ первого измерения — это линия. Но она является также образом четвёртого измерения, времени. Время также неудержимо идёт дальше в одном направлении. Момент следует непосредственно за моментом, как и точка за точкой на линии. Если же двое существ встречаются в четвёртом измерении, во времени, то возникает пятое измерение — ощущение. То, что встречается только в пространстве, не ощущает. Два камня, лежащие рядом друг с другом, не ощущают, два существа, живущие во времени, напротив, ощущают, когда они встречаются в этом четвёртом измерении. Эта встреча во времени изображается двумя пересекающимися линиями, которые благодаря этому представляют собой застой. Ощущение есть застой во времени, который вызван встречей двух существ во времени. То есть в этом заключён душевный смысл двумерного образа, поверхности, квадрата. Мы можем также сказать, что как возведённое в квадрат первое измерение образует второе, так и возведённое в квадрат четвёртое измерение, время, выявляет пятое измерение — ощущение. Каждое измерение возводится в квадрат благодаря тому, что встречается с другим ортогонально. У второго измерения через дальнейшее пересечение с другим течением возни-

кает третье измерение. Квадрат преобразуется в куб. В нём мы видим одновременно первое измерение, возведённое в куб.

Если бы мы приняли линию как 3, то тогда квадрат был бы  $3^2 = 9$ , и её кубом было бы  $3^3 = 27$ . Итак, первое измерение относится ко второму, как число — к своему квадрату, и к третьему измерению, как число — к своему кубу. Как теперь в третьем измерении возникает застой из встречи двух двумерных предметов, так же мы можем наблюдать, что через встречу двух, живущих в пятом измерении существ, двух существ, имеющих ощущения, если эти ощущения перекрещиваются, возникает самосознание. Два скапливающиеся, исходящие от разных существ ощущения вызывают самосознание. Образом для этого в физическом мире является куб. Самыми бросающимися в глаза факторами застоя в ощущении, благодаря чему вызывается рост самосознания, являются любовь и ненависть, симпатия и антипатия. Человек никогда не научился бы ощущать себя как «я», если бы он своим ощущением не наталкивался на ощущения других «я». Иначе он смог бы ощущать только некую *совокупность*. Он никогда не смог бы сознавать отдельных существ, также и себя самого. С возникновением объекта, с выходом отдельных вещей для него стало возможным размышлять о себе самом. Следовательно, как в физическом мире всякая вещь показывается объективно только тогда, когда она вступает в третье измерение, так в душевном мире самосознание становится возможным только тогда, когда и там в пятом измерении, в ощущении, образуются застои, которые позволяют выходить самосознанию. Таким образом, и здесь четвёртое измерение, время, будучи возведённым в квадрат становится пятым измерением, ощущением, будучи возведённым в куб — шестым измерением, самосознанием. Куб есть образ самосознающего человека. Но человек должен подниматься в ещё более высокие измерения. Выражением самосознания является мышление. Мышление может быть беспорядочным или ясным. То, что обычно называют мышлением: повторение повседневного возобновления опытов в чувственном мире и в душевном мире, выраженное человеческими мыслями, — это не является истинным мышлением, чистым мышлением. Это хаотически

спутано, перемешано с ощущениями, с симпатией и антипатией. Мышление — это только углубление себя в окружающий мир, погружение себя в окружающий мир, в великие мировые мысли, в мысли, воплощённые в мире. К этому прежде всего относится независимая от ощущений концентрация на одной мировой мысли, избрание определённого мыслительного направления, без отклонения вправо и влево, пребывание в одной точке, которая, разумеется, в таком случае через погружение превращается в линию. Это проникновение, эта самоотверженная отдача некоей мировой мысли является в духовном тем же, чем время в душевном, а линия в физическом. Это безграничное продвижение в одном направлении.

Через соединение двух мыслей возникает духовный образ; одна мысль должна пересечься с другой; вследствие этого возникает образ так же, как из пересечения двух живых существ во времени возникает ощущение и из застоя двух линий — поверхность. Картина, образ, который возникает в духе, имажинативное мышление, есть чистая концентрированная мысль, возведённая в квадрат. Эти имажинации возникают благодаря тому, что человек, исходя из своего самосознания, мыслью, чистой мыслью, поднимается или проникает в некую мировую мысль, к некоей мировой истине; но мысль, которая идёт ему навстречу и вызывает в нём образ, в котором она пересекается с его мыслью, является мыслью самого духовного существа, пославшего её; это встреча человека с неким высшим духовным существом, соединение с духом мира. Благодаря этому у него возникает способность к имажинативному мышлению. Здесь он живёт в восьмом измерении, между тем как чистое мышление является седьмым измерением. Образ для восьмого измерения является тем же самым, что и для ощущения, — квадратом. Когда же человек может действовать в имажинативном мышлении и может создавать образы в духовном мире, образы жизни мира, тогда сама жизнь мира втекает в эти образы; снова возникает встреча двух течений: течения имажинативного мышления, исходящего из человека, и течения самой мировой жизни. Из образа возникает облик (eine Gestalt), духовное существо. Человек соединяется с жизнью мира и благодаря этому становится творческим. Он завершает это

в девятом измерении, которое является порождающим облики. Здесь человек одарён творческим словом, которое порождает живое. Это есть духовный куб человеческой сущности, так же, как самосознание является душевным кубом. В самосознании человек формирует сам себя как нечто особое, как замкнутое существо; в девятом измерении, в творческом слове, он формирует из себя новое существо. Десятого измерения он достигает, когда придаёт непреходящее бытие этому сформированному из себя существу. В таком случае он стал духом планеты, который из себя самого формирует непреходящие облики. Это десятое измерение есть сфера, которая охватывает все другие измерения. Здесь куб преобразован в сферу, квадрат — в окружность, засто́й снова стал жизнью. Таким образом, квадрат в окружности является образом десятого измерения, или же линия на окружности — ибо всё исходит из линии, и в окружности она приведена к завершению. Следовательно, число 10 или окружность с линией есть образ всего мироздания. И каждое новое творение начинается с линии, которая развивается в окружность. Итак, мы можем представить десять измерений таким образом:

- |  |                 |                        |
|--|-----------------|------------------------|
| 1.   | 4. время        | 7. чистое мышление     |
| 2. □   | 5. ощущение     | 8. имажинативная мысль |
| 3.  | 6. самосознание | 9. творческая мысль    |

10. ○ космическая форма

*Ландин, 25 августа 1906*

Третье измерение, представляющее собой пространство, можно также называть измерением непроницаемости, замкнутости. Зато в сравнении с третьим измерением четвёртое можно называть измерением промежутка, проницаемости, открытости. Так же, как в физическом третьем измерении, в душевном шестое измерение тоже является измерением замкнутости, укрепления и размежевания, поскольку там всё душевное изолируется от окружающего мира в некоем особенном, в «я». «Я», индивидуальность, ограничивает себя в самосознании от других существ шестого измерения. Таким же образом, как четвёртое измерение по сравнению с третьим является измерением проницаемости, открытости, так и седьмое измерение является измерением открывания себя по сравнению с замкнутостью шестого измерения. В седьмом измерении «я» вновь выходит в окружающий мир как чистая самоотверженная мысль. В девятом измерении снова имеет место замыкание — в самих созданных обликах, формах. И зато в десятом измерении вновь имеет место выход, выход некоего нового космоса.

Мы знаем, что точка не имеет протяжения. Она принимается как граница линии, но в действительности является также границей трёхмерного тела, а именно его границей во внутренней части, в центре. Прямая линия идёт от одной точки к другой. Допустим, что исходная и конечная точки прямой линии совпадают, так возникает окружность. То, что бесконечно, обнаруживает замкнутость только в себе самом, но никогда не замкнуто наружу, иначе это было бы конечным. Поэтому также бесконечная прямая линия замыкается, образует окружность. Также и бесконечная поверхность, которая наружу не замкнута, обнаруживает свою замкнутость в себе; она образует сферу. Чтобы линия была бесконечной, она должна изогнуться до окружности. Чтобы теперь уже сфера была бесконечной, она должна также выгнуться назад сама в себя, исходя из каждой точки своей поверхности. Выгнутая сама в себя бесконечная сфера снова сходится в одной точке, в своём центре. Здесь сфера пребывает в четвёртом измерении. Этот центр сферы в чет-

вёртом измерении, кроме того, ограничен сферами. Двенадцать сфер, тех сфер, которые перешли в четырёхмерное. Четырёхмерная сфера является промежутком между двенадцатью сферами, некое тринадцатое творение, которое схватывает двенадцать сфер. Таким способом можно представлять себе куб, как бы переходя в четвёртое измерение. Своими тремя измерениями, которые замыкаются в его восьми вершинах, он должен быть погружен в центр; восемь вершин тогда совпадают с центром. Тогда наружу образуются поверхности пересечения восьми кубов, которые являются пересечёнными, каждый находясь на одной вершине (находясь в центре), в которой противолежащий угол откинут назад. Эти поверхности пересечения образуют шестиугольник (рис. 1).

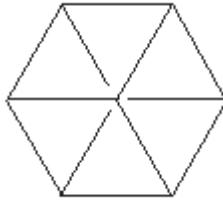


Рис.1

Таким образом, когда куб переходит в четвёртое измерение, в центр, тогда границы этой точки образуют наружу восемь находящихся на вершине, откинутых назад в себя кубов с восемью шестиугольниками в качестве поверхностей пересечения. Итак, у куба, перешедшего в четырёхмерное пространство, теневое изображение, контур в третьем измерении есть ограниченное восемью кубами образование. Отношение изнутри и снаружи здесь изменилось. Физические кубы находятся снаружи в четвёртом измерении, которое существует внутри. Но всё-таки четырёхмерное образование находится как в центре восьми кубов, так и вокруг них, и центр связан с тем, что существует вокруг восьми кубов. Восемь кубов мы не должны представлять себе как границу, как поверхности кубов наружу, но определённым образом как границу внутри четы-

рѐхмерного образования, как вынудое из пространства и четырёхмерное образование вокруг физической проекции, контура восьми кубов. В то время как третье измерение является измерением замкнутости, четвёртое измерение есть измерение открытости, открывания себя, роста и подвижности. Внутреннее и внешнее здесь находятся в постоянной связи. В то время как с одной стороны трёхмерное образование непрерывно втекает в центр в четвёртое измерение, с другой стороны оно непрерывно вытекает из центра. Это непрерывный круговой процесс: из центра наружу и снаружи снова в центр. Поэтому четвёртое измерение является не устойчивым, но текучим. (Наглядно показать с помощью изогнутых бумажных лент.) В другую форму может переходить лишь та вещь, которая может выгибаться назад сама в себя и снова возникать из себя самой. Это должно возвращаться в исходную точку, в начало, и изменившись выходить. Это происходит через искривление. (Искривление бумажных лент.) Разделяя некий трёхмерный предмет, я всегда получаю лишь отдельную часть того же самого предмета. Если же разделяется четырёхмерное образование, которое может изгибаться, то возникает нечто новое. (Бумажные ленты с поворотом на  $180^\circ$ .) Так возникают все изменения живого благодаря способности искривляться обратно в себя самих, через способность снова втекать в точку и затем выходить из точки. Сферические образования, известные как клетки у всего растущего, у всех живых существ, обладают способностью втекать в самих себя, образовывать некий центр и из этого центра вновь вырастать. Это основное условие всякого роста: втекать обратно в себя, концентрироваться и затем опять с собранными силами вновь выходить. Следовательно, переход в четвёртое измерение у сферы, так же как и у куба, означает некое выгибание назад в саму себя и затем снова некий выход за себя саму. Итак, здесь совпадают центр и периферия, переходят друг в друга, образуют одно, потому что они являются живыми. Они не могут это делать у мѐртного, трёхмерного. Для этого необходимо перейти в четырёхмерное. Если мы проследим этот образ дальше, то обнаружим, что первое измерение вышло из нулевого измерения, из точки. Наблюдать первое измерение можно толь-

ко за вторым, за поверхностью, и второе — *только* за третьим, за телом. Значит, первое измерение можно подмечать также и в третьем измерении. Итак, третье измерение снова переходит в нулевое измерение, точку, и вырастает в линию. Из точки излучается четвёртое измерение и наполняет своей жизнью всё трёхмерное; атомы третьего измерения вследствие этого ослабляются и расширяются. Возникает рост. Через слияния растущего во времени, в четвёртом измерении, возникает ощущение, а через слияния ощущения возникает самосознание. Оно вновь замкнуто, ограничено. Человек снова вынужден преодолеть это. Он должен своё самосознание стянуть в «я», свести себя в одну точку. Он это может, когда поднимается над пространством, временем и ощущением и над эгоизмом и вожделением, чтобы кое-что добавить в себя. Он гасит себя в направлении внешнего; он входит в своё внутреннее и уже не стремится к расширению, к росту в направлении внешнего, но погружается в одну точку, где ему навстречу излучается божественное, в свою божественную искру жизни. Он отказывается от своего внешнего существа и течёт обратно в своё внутреннее — далёкий от мира, склонный к богу, и здесь, исходя из этой одной точки, он снова своё внутреннее посылает чистой мыслью в окружающий мир. В излучении такого рода он снова переходит в окружающий мир, освобождается от всего, чем стремился владеть ради себя; здесь его внутреннее существо выходит, излучаясь, как солнце, и очистившись, как снег. Выкристаллизовывается его высшее «Я». Здесь он вступает в седьмое измерение. Связывая теперь своё высшее «Я» с высшей жизнью, он создаёт из себя не только излучение, но образы, картины, здесь он находится в восьмом измерении; и соединяясь с мировой волей, с силой Творца, он порождает здесь формы, облики. Здесь он живёт в девятом измерении. Наконец, он соединяет себя с древним существованием Земли, с самими планетами, и действует так, что может размножить своё собственное существо и [может] порождать новых живых существ. В седьмом измерении он проникается мировым духом и продуцирует мысли; в восьмом измерении он проникается мировой жизнью и создаёт образы; в девятом измерении он проникается мировой во-

лей и создаёт формы, облики, а в десятом измерении он проникается мировым бытием и создаёт живых существ, размножение себя самого.

Следовательно, как при переходе из нулевого измерения (Nichtdimension) в первое измерение, из третьего измерения в четвёртое и из шестого измерения в седьмое всегда имеет место слияние в точке и вытекание из этой точки чего-то нового, так и при переходе из девятого измерения в десятое весь космос втекает в индивидуальность человека и вытекает из него снова как новое.

Вся эволюция есть вдох и выдох — физически, душевно и духовно. На высшей ступени человек уже не будет принимать в себя питание из физической субстанции, но жить и расти посредством вдоха и выдоха. Благодаря этому он будет поставлять для тела вещества, необходимые ему для жизни и роста. Приём физической пищи связан с бытием, прикованным к третьему измерению. Если мы когда-нибудь более осознанно будем жить в четвёртом измерении и в более высоких измерениях, то необходимость принятия физической пищи всё больше будет отпадать. Тогда физическое тело всё больше будет становиться тем, чем оно должно стать — храмом, в котором живёт собственная божественная личность, и неким инструментом, средством, благодаря которому «я» может вступать в отношение со всеми силами универсума. Оно становится ключом ко всем тайнам мира. Человеку раскрываются тайны мира в той же мере, в какой он учится жить уже не *ради* физического тела, но жить *посредством* физического тела. Если он учится пользоваться физическим телом в качестве того, чем оно является, в качестве уплотнённого духа, в качестве отпечатка всего космоса, в качестве микрокосма, то ему откроется макрокосм. Путь для этого — преодоление третьего измерения, пространственно твёрдого, замкнутого, непроницаемого, и преодоление шестого измерения, замкнутого бытия в «я». «Я», разумеется, является единственной возможностью проникнуть в седьмое измерение, но только эта возможность должна существовать. Это есть путь, узкие ворота, дверь в храм высшего «Я». Но, чтобы достичь высшего «Я», сквозь эти ворота необходимо пройти. Останавливаться в этом нельзя; так же, как

нельзя посредством третьего измерения пространства суживать своё сознание.

Преодоление «я» есть рост в высшие миры. Через преодоление «я» открываются высшие миры.

*Ландин, 25 августа 1906*

Бесконечно лишь то, что не обнаруживается ни в каком другом своём завершении, но возвращается само в себя, что обнаруживает завершение только в себе самом. Поэтому же бесконечной прямой является только *та* линия, которая находит своё завершение в себе самой, то есть образует некоторую окружность. Прямая есть линия, которая всегда соблюдает одно и то же направление. Окружность является единственной линией, которая всегда соблюдает одно и то же направление. Ибо она имеет направление назад к своей начальной точке. Всякая линия, придерживающаяся такого направления назад к своей начальной точке, образует, возвращаясь к этой начальной точке, некую окружность. Если мы конечные отношения тел таким образом переносим в бесконечность, то обнаруживаем метаморфозу всех вещей. Человек находится в бесконечности. То, что мы можем видеть от человека, вырезано как один момент из его бесконечной окружности, тот момент, когда встречаются прошлое и будущее. Если мы хотим в представлении идти дальше, то в будущем человек должен снова вернуться в прошлое. Но это возвращение является неким обогащением. Он развился, неся весь опыт, который собрал на этом пути. Окружность, змея, кусающая свой хвост, есть не только изображение бесконечной прямой линии, но всякой бесконечности.

На примере склеенных бумажных лент можно изучать следующее:

1. Если концы ленты наложить друг на друга и затем разрезать ленту по всей длине (в продольном направлении), то возникнут две круговые полосы одного размера. Это следует представить себе перенесённым в пространство. Через разделение

одного находящегося в трёхмерном пространстве предмета возникают две части тела, прежде образующие целое.

2. Если ленту повернуть вокруг себя наполовину ( $180^\circ$ ) и затем разрезать её вдоль продольной оси, то возникнет вдвое большая лента. То есть из каждой окружности, повернутой вокруг себя наполовину, если она разделяется, возникает пространство — вдвое большее пространство. Это тайна роста, развития. Для этого тело должно жить в четвёртом измерении, во времени. В пространстве через деление имеет место раскалывание, во времени же, в четвёртом измерении через деление имеет место рост, развитие.
3. Через дальнейшее поворачивание бумажной ленты возникают при делении всё новые образования. В природе эти образования представляют собой многообразные явления роста, развития: при однократном повороте ( $360^\circ$ ) — две переплетённые окружности; при полуторном повороте ( $540^\circ$ ) бант; при двойном повороте ( $720^\circ$ ) получается одна окружность и другая окружность, которая обвивается один раз вокруг первой — образуется петля, сквозь которую можно протянуть другую окружность.

Все эти процессы иллюстрируют возможности четвёртого измерения, измерения времени, роста, изменения изнутри наружу, жизни, движения, течения, течения времени, возвращающегося в себя и из себя исходящего, возникающего в чём-то новом.



# РУДОЛЬФ ШТАЙНЕР

ДОПОЛНЕНИЯ К ПОЛНОМУ СОБРАНИЮ ТРУДОВ.  
Тетрадь № 114/115. Рудольф Штайнер и многомерное  
пространство. – М.: Титурель. – 128 с.  
ISBN 978-5-902490-07-4

Автор перевода: Памфилова Л. Б.

Редактор перевода: Памфилов В. Н.

Оформление, вёрстка: Елин Г. Я.

Издательство «Титурель»,

г. Москва

[www.titurel.ru](http://www.titurel.ru) (сайт на стадии разработки)

[titurel@land.ru](mailto:titurel@land.ru) (на письма обязательно отвечаем)

По вопросам заказов и покупки книг издательства обращаться  
к Махрачёвой Нине Иосифовне по телефонам  
8 (916) 967-48-40 и (495) 695-09-64

ISBN 978-5-902490-07-4



Формат 60х90/16. Объём 8 печ. л.  
Тираж 500 экз. Заказ №  
Отпечатано по технологии СтР  
в ППП «Типография «Наука»  
121099, Москва, Шубинский пер., 6